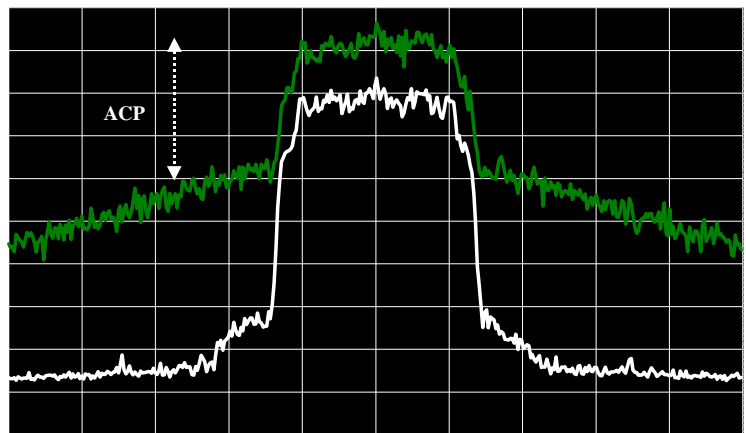




***Nuno Miguel Gonçalves
Borges de Carvalho***

Optimização da Distorção Não-linear de Intermodulação em Amplificadores de Sinais Multi-Portadora





***Nuno Miguel Gonçalves
Borges de Carvalho***

**Optimização da Distorção Não-linear de
Intermodulação em Amplificadores de
Sinais Multi-Portadora**

Tese apresentada à Universidade de Aveiro para
cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de
Doutor em Engenharia Electrotécnica, realizada sob a orientação
científica do Doutor José Carlos Pedro, Professor Associado do
Departamento de Electrónica e Telecomunicações da
Universidade de Aveiro

Aos meus Pais
Pelo esforço da vida.

O júri

Presidente

Prof. Doutor Britaldo Normando Rodrigues

Professor Catedrático da Universidade de Aveiro (Em representação do Reitor da Universidade de Aveiro)

Prof. Doutor Angel Mediavilla Sanchez

Professor Titular de Universidad da Universidad de Cantábria, Santander, Espanha

Prof. Doutor João José Lopes da Costa Freire

Professor Associado com Agregação do Instituto Superior Técnico,
Universidade Técnica de Lisboa

Prof. Doutor Dinis Gomes Magalhães dos Santos

Professor Catedrático da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor Paulo Jorge dos Santos Gonçalves Ferreira

Professor Associado com Agregação da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor José Carlos Esteves Duarte Pedro

Professor Associado da Universidade de Aveiro

Agradecimentos

Gostaria de agradecer às seguintes pessoas e instituições, que me permitiram levar a bom termo esta Tese.

Aos meus Pais, pelo facto de terem lutado e desde sempre me terem apoiado, tanto na vida pessoal como profissional. E apesar das dificuldades da vida, me terem fornecido um ambiente familiar e social, bastante adequado para a construção da minha personalidade e desenvolvimento intelectual. O empenho por eles demonstrado e o encorajamento constante para atingir mais e melhor, sempre presente ao longo da sua e minha vida, permitiu que perante uma dificuldade, a saída fosse sempre o caminho para a frente, e nunca a retirada. Isto fez com que sonhos de infância fossem visados e o facto existente da capacidade de desenvolver e criar permitirem a realização desses mesmos sonhos. À minha Irmã pelo apoio, esperteza e astúcia que completaram a minha personalidade.

À minha melhor amiga, companheira, colega de vários anos e actual esposa, Raquel Castro Madureira, pelo estímulo constante para ser cada vez melhor e nunca baixar a cabeça quando os ventos sopram de frente. Agradeço-lhe também ter sido a minha conselheira, que me ensinou a outra parte da vida que não vem nos livros, a parte divertida, a parte social. Que me deu aulas de vida e nos permitiu aprender e crescer juntos, de modo a enfrentar as tempestades adversas, aquelas que não são feitas de notas ou conhecimento científico mas sim de sentimentos.

Ao meu orientador, o Professor Doutor José Carlos Pedro pela sua orientação e ensino ao longo deste anos os quais o conheço como Professor. Considero que a sua busca pela verdade científica associada ao seu largo conhecimento, me permitiram continuar a estudar e a seguir caminhos por vezes tenebrosos e sem garantias de observar a luz ao fundo do túnel, o que se provou ter fornecido uma quantidade de trabalho original bastante útil para a área de circuitos não lineares de RF e microondas, parte do qual está expresso nesta Tese.

Ao amigo e colega de longa data, Mestre Pedro Miguel Tavares, pelos momentos de camaradagem proporcionados ao longo da minha vida como estudante do ensino superior e pelas largas discussões acerca da redacção da Tese.

Aos meus colegas do Laboratório de Rádio Frequência, e Óptica.

Aos técnicos do Instituto de Telecomunicações pólo de Aveiro pela disponibilidade que sempre demonstraram, especialmente ao Paulo Gonçalves pela digitalização de algumas figuras.

Aos colegas do grupo de comunicações rádio da Universidade de Cantábria – Espanha, pelas discussões científicas realizadas entre ambos os grupos, especialmente ao Eng. José Angel Garcia Garcia.

Ao Instituto de Telecomunicações por me ter acolhido, pela logística e facilidades disponibilizadas nos seus laboratórios.

À Fundação para a Ciência e Tecnologia (ex-JNICT), pela bolsa de Doutoramento com que me contemplou nos dois primeiros anos da Tese.

À Fundação Luso Americana, por me ter subsidiado uma das viagens aos Estados Unidos para participação num congresso.

Ao IEEE pelo prémio atribuído em 1998, que me encorajou e me permitiu sonhar com a possibilidade de atingir os mais altos padrões científicos.

À Universidade de Aveiro, sem a qual não seria possível a realização da Tese.

Finalmente, a todas as pessoas ou entidades que de algum modo se cruzaram com este percurso ao longo dos últimos 4 Anos.

We can't solve problems by using the same kind of thinking we used
when we created them

Resumo

É objectivo principal desta Tese de Doutoramento o estudo e Optimização da Distorção Não-linear de Intermodulação em Amplificadores de Sinais Multi-Portadora.

A Tese divide-se em duas grandes áreas de investigação. Primeiro o problema da simulação de circuitos não lineares sujeitos a sinais multi-portadora é visado. Para esse efeito é proposta uma solução inovadora para a simulação do regime estacionário desse tipo de circuitos, validando-se ainda experimentalmente a sua utilidade.

O segundo problema consiste na compreensão e optimização da distorção num circuito não linear fortemente excitado por um sinal multi-portadora. Para se levar o estudo a bom termo, este é dividido em duas etapas. Em primeiro lugar estuda-se a resposta do circuito quando sujeito a um sinal fraco, seguindo-se a extrapolação desses resultados para sinal forte. Propõe-se, assim, um novo modelo comportamental, que permite projectar amplificadores de potência optimizados para uma pretendida curva de distorção versus nível de excitação de entrada.

Utilizando o simulador desenvolvido e o modelo comportamental proposto, apresentam-se validações experimentais de um amplificador de potência projectado para se obter uma distorção de intermodulação mínima perto do ponto de 1dB de compressão da sua curva Pin-Pout.

Abstract

The main objective of this Doctoral Thesis is the study and Optimisation of Multi-tone Non-linear Power Amplifiers.

The work can be divided into two research areas. First, the simulation of non-linear circuits excited by a multi-tone signal is addressed. For that, a novel non-linear simulator solution, specially suited for this type of circuit, is developed and validated using experimental results.

The second research field is the optimisation of a non-linear power amplifier excited by a strong multi-tone signal. This study is carried on in two different steps. The first step is the study of that amplifier excited by a small signal, which is then followed by the explanation of large signal behaviour. So, a new behavioural model is presented, in order to design power amplifiers specially tailored to present a pre-determined intermodulation distortion curve versus excitation level.

Finally, the proposed circuit simulator and the referred behavioural model, are validated by comparing experimental results with simulations, for a power amplifier designed to present a minimum intermodulation distortion near the 1dB compression point in its Pin-Pout plot.

Lista de Acrónimos e Símbolos

A. Acrónimos

ACP, ACPR	Adjacent Channel Power Ratio	Razão entre a potência de saída e a potência de distorção adjacente
AM	Amplitude Modulation	Amplitude Modulada
APFT	Almost Periodic <i>Fourier</i> Transform	Transformada de <i>Fourier</i> quase periódica
CDMA	Code Division Multiple Access	Acesso Múltiplo por Atribuição de Código
DF	Sinusoidal Describing Function	Função Descritiva sinusoidal
DFE	Sinusoidal Extended Describing Function	Função Descritiva sinusoidal Estendida
DFT	Discrete <i>Fourier</i> Transform	Transformada de <i>Fourier</i> Discreta
DSP	Digital Signal Processor	Processador de Sinal Digital
DUT	Device Under Test	Dispositivo sob teste
FFT	Fast <i>Fourier</i> Transform	Transformada de <i>Fourier</i> rápida
GMSK	Gaussian Minimum Shift Keying	
GSM	Global System for Mobile communications	
GSPS		Grande Sinal Pequeno Sinal
HB	Harmonic Balance	Balanço Harmónico
HBT	Heterojunction Bipolar Transistor	Transístor bipolar de heterojunção
HEMT	High Electron Mobility Transistor	Transístor de elevada mobilidade de electrões
IMD	Intermodulation Distortion	Distorção de Intermodulação
IMR	Intermodulation Ratio	Razão entre a IMD e a potência de saída
LDMOS	Lateral Diffused MOSFET	
LS	Large Signal	Sinal forte

LS ₂	Two tone Large Signal	Sinal forte de 2 tons
MESFET	Metal Semiconductor Field Effect Transistor	
MHBA	Modified Harmonic Balance Analysis	Análise de Balanço Harmónico Modificado
MOSFET	Metal Oxide Field Effect Transistor	
NDFT	Multidimensional Discrete <i>Fourier</i> Transform	Transformada de <i>Fourier</i> discreta multidimensional
NPR	Noise Power Ratio	Razão entre a potência de saída e a distorção dentro do ruído
OL	Local Oscillator	Oscilador Local
R		Resposta do modelo comportamental
RF	Radio Frequency	Radio Frequência
SB	Spectral Balance	Balanço Espectral
SNR	Signal to Noise Ratio	Relação Sinal Ruído
SPICE	Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis	
SS	Small Signal	Sinal Fraco
TSIDF	Two Sinusoidal Input Describing Function	Função Descritiva de 2 tons

B. Símbolos

\angle	Fase de
A	Módulo da amplitude de um fasor genérico
$A(\omega)$	Matriz de ganho de corrente da malha linear
a_c	Razão comensurável
$A_i; B_k$	Módulo das amplitudes do fasor à frequência ω_k
a_{nc}	Razão não comensurável
C, c, C_m	Ordem da não linearidade
$C_{o,e}$	Máxima ordem par ou impar da não linearidade
DC	Frequência angular de 0 rad/s
$F()$	Função de erro
$f(x)$	Função genérica de x

f_{central}	Frequência central de cada harmónica
$f_m; f_{m+1}$	Frequência central do espectro de excitação
f_{NL}	Função não linear
f_{nla}	Função não linear aproximada
$G_1; G_2; G_i$	Transconductância de ordem i
$G_{\text{ds}}; G_{\text{d2}}; G_{\text{d3}}; G_{\text{d4}};$ G_{d5}	Transimpedância de ordem i
$G_m; G_{m2}; G_{m3}; G_{m4};$ G_{m5}	Transconductância de ordem i relativa a V_{GS}
$G_{m2d}; G_{md2};$ G_{md}	Transconductâncias cruzadas de 3ª ordem relativa a V_{GS} Transconductância cruzada de 2ª ordem relativa a V_{GS}
h	Harmónica a considerar
H	Número total de harmónicas
h_i	Resposta impulsional não linear de ordem i
H_i	Função de transferência não linear de ordem i
I	Incógnitas correspondentes às posições espectrais
I	Número total de incógnitas
$i; j; k$	Variáveis de iteração
I_{DF}	Corrente à componente fundamental, derivada da função descritiva sinusoidal
I_{DF3}	Corrente à terceira harmónica, derivada da função descritiva sinusoidal
i_{ds}	Corrente de sinal de dreno
$I_{\text{ds}}(V_{\text{gs}})$	Corrente de dreno em função da tensão de porta considerando o ponto de polarização, V_{dsDC}
$I_{\text{ds}}(V_{\text{gs}}, V_{\text{ds}})$	Corrente de dreno em função da tensão de porta e dreno
I_{dsDC}	Corrente de dreno DC no ponto de polarização
I_{dss}	Corrente máxima de dreno
$i_L(t)$	Corrente da parte linear no domínio temporal
$I_L(\omega)$	Corrente da parte linear no domínio espectral
$i_{\text{NL}}(t)$	Corrente da parte não linear no domínio temporal
$I_{\text{NL}}(\omega)$	Corrente da parte não linear no domínio espectral
I_{out}	Corrente de saída

I_s	Corrente de excitação
$J(V)$	Matriz <i>Jacobiana</i>
l	Ordem da derivada
m	Declive de uma recta
M	Número de termos da série de <i>Fourier</i>
$m_i; m_j$	Ordem da não linearidade
n	Número de tons de excitação
n_{ciclos}	Número de ciclos
P	Número de pontos
$p(x(t)); g(x(t)); h(x(t))$	Polinómios em $x(t)$
P_{in}	Potência de entrada
P_{out}	Potência de saída
R_L	Resistência de carga
s	Coefficiente de partição
S	Número de amostras temporais
T	Período temporal mínimo
T	Unidade temporal
T_a, T_{an}	Período de análise temporal mínimo
t_{am}	Passo de tempo para amostragem
T_x, T_y	Matrizes de transformação espectral
$V(t)$	Tensão no domínio temporal
$V(\omega), V_{\text{novo}}(\omega)$	Tensão no domínio espectral
$V_{1\text{DC}}, V_{2\text{DC}}$	Valor da tensão de polarização
$V_{\text{gs}}; V_{\text{ds}}$	Tensão de porta e dreno
$V_{\text{gs}1}; V_{\text{gs}2}; \dots$	Ponto de polarização 1, 2, ...
$V_i(\omega)$	Tensão na iteração i , no domínio espectral
V_j	Tensão de joelho
$V_{s,q}$	Tensão da componente à frequência ω_q
V_{th}	Tensão de corte
$Y(\omega)$	Parâmetros Y da malha linear
$z(t); x(t); y(t)$	Variáveis de entrada e saída descritas no domínio temporal
$Z(\omega); X(\omega); Y(\omega)$	Variáveis de entrada e saída descritas no domínio espectral
Z_0	Impedância característica

Z_i	Impedância do porto i
$z_L(\tau)$	Impedância de carga descrita no domínio temporal
$Z_L(\omega)$	Impedância de carga descrita no domínio espectral
Δh	Ritmo de amostragem na frequência
Γ	Coeficiente de reflexão
$\varepsilon(v)$	Erro
ϕ	Fase de um fasor genérico
$\phi_i; \phi_k$	Fase do fasor à frequência ω_k
$\varphi; \psi; \theta$	Ângulos de corte da função descritiva sinusoidal
ρ	Coeficiente de continuação
ω	Frequência angular em radianos por segundo
$\omega_1; \omega_2; \dots; \omega_k; \omega_i$	Frequência do fasor
ω_{fim}	Última frequência considerada do espectro
ω_{inicio}	Primeira frequência valida do espectro
ω_x	Primeira frequência de excitação

Índice

1	1
INTRODUÇÃO	1
A. Enquadramento e Objectivos	1
B. Organização da Tese	5
C. Referências	7
2	11
ESTADO DA ARTE - TÉCNICAS DE SIMULAÇÃO DE CIRCUITOS ANALÓGICOS NÃO LINEARES	11
A. Introdução	11
B. Análise Temporal	13
C. Balanço Harmónico	14
C.1 Algoritmos de Iteração para $F(V(w))=0$	17
C.1.1 Métodos de Optimização	18
C.1.2 Métodos de Splitting e ou de Relaxação	18
C.1.3 Método de Reflexão	20
C.1.4 Métodos de Continuação	21
C.1.5 Método de Newton	21
C.1.6 Considerações	24
C.2 Balanço Harmónico (HB) Aplicado a Sinais Multi-portadora.	24
C.2.1 Técnicas de Cálculo dos Coeficientes de Fourier para Sinais Quase Periódicos ou de Período Muito Longo.	25
D. Balanço Espectral	32
E. Técnica da Envolvente	38
E.1 Desvantagens desta Técnica	41
E.2 Vantagens da Técnica	42
F. Séries de Volterra	42
F.1 Método das Correntes Não Lineares	44
F.2 Método das Harmónicas de Entrada ou Método de Probing.	46
F.3 Conclusões	46
G. Análise Grande-Sinal Pequeno-Sinal	47
H. Séries de Volterra Generalizadas	48
I. Função Descritiva	51
J. Comparação Entre Técnicas de Análise	53
J.1 Conclusões	57
K. Referências	59

3	65
<i>SIMULAÇÃO DO REGIME ESTACIONÁRIO DE CIRCUITOS NÃO LINEARES</i>	65
A. <i>Introdução</i>	65
B. <i>Técnica do Balanço Harmônico</i>	67
B.1 Método de Newton	68
B.2 Problemas na Aplicação da Técnica de Balanço Harmônico	70
C. <i>Implementação da Técnica de Balanço Espectral</i>	72
C.1 Aproximação da Não Linearidade	72
C.1.1 Racional de Hermite	73
C.1.2 Exemplo de Aproximação	75
C.2 Representação Espectral	76
C.3 Matrizes de Transformação Espectral	82
C.4 Cálculo da Matriz Jacobiana no Balanço Espectral	87
C.5 Diagrama de Blocos Final	87
D. <i>Exemplo de Aplicação</i>	88
D.1 Teste a Um Tom	91
D.2 Teste a Dois Tons	92
D.3 Teste Multi-Tom	93
D.3.1 Bancada de Medida Experimental para Regeneração de Espectro	93
D.3.2 Resultados da Regeneração de Espectro	95
E. <i>Conclusões</i>	95
Espectro Contínuo de Banda Larga.	96
Espectro Contínuo de Banda Estreita	97
Espectro Discreto com Tons Não Proporcionais Entre Si	97
F. <i>Referências</i>	97
4	101
<i>ESTUDO DA DISTORÇÃO NÃO LINEAR EM AMPLIFICADORES</i>	101
A. <i>Introdução</i>	101
B. <i>Modelação da Distorção num Dispositivo de Transferência</i>	103
B.1 Resposta a Sinal Fraco Usando as Séries de Volterra	104
B.2 Resposta a Sinal Forte Usando a Função Descritiva	107
B.3 Descrição Geral da Não Linearidade	110
C. <i>Caso Particular (MESFET)</i>	111
C.1 Estudo da Distorção de Sinal Fraco	111
C.1.1 Primeira Função de Transferência Não Linear	113
C.1.2 Segunda Função de Transferência Não Linear	113

C.1.3	Terceira Função de Transferência Não Linear	113
C.2	Estudo do Efeito de Distorção Produzido Pelo Corte de Vgs	117
C.3	Estudo do Efeito de Distorção Produzido Pela Zona de Tródo	123
C.4	Estudo da Distorção Existente Quando se Polariza o FET nas 3 Zonas Acima Descritas.	125
C.5	Introdução do Modelo para Ids Infinitamente Derivável em Vgs e Vds.	132
D.	<i>Aplicação I</i>	136
E.	<i>Aplicação II</i>	142
E.1	Estudo da Carga Resistiva Apresentada ao Transístor.	146
F.	<i>Discussão e Conclusões</i>	148
G.	<i>Referências</i>	150
5		153
	SINAIS MULTI-TOM VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL	153
A.	<i>Introdução</i>	153
B.	<i>Modelo do Comportamento a 2 Tons.</i>	155
C.	<i>Estudo da Resposta à Excitação de Dois Tons.</i>	156
D.	<i>Variação das Malhas às Diversas Harmónicas.</i>	160
E.	<i>Validação Experimental</i>	163
E.1	Resposta à Excitação de Dois Tons.	165
E.2	Análise Multi-tom	168
E.3	Resposta à Excitação Pseudo-Aleatória	173
E.4	Resposta à Excitação com Ruído Branco Gaussiano de Banda Estreita	175
F.	<i>Conclusões</i>	177
G.	<i>Referências.</i>	178
6		181
	CONCLUSÕES	181
A.	<i>Discussão</i>	181
B.	<i>Propostas de Trabalho Futuro</i>	186
C.	<i>Referências.</i>	188
A		191
	O PROBLEMA DA ESCOLHA DE FASES NUM SINAL MULTI-TOM	191
A.	<i>Introdução</i>	191
B.	<i>Caso de 2 Tons.</i>	192
C.	<i>Caso de 3 Tons</i>	192
D.	<i>Caso de 5 Tons</i>	193
E.	<i>Caso de 10 Tons</i>	193
F.	<i>Caso de 20 Tons</i>	194

<i>G. Generalização Multi-tom</i>	194
<i>H. Referências</i>	196

Índice de Figuras

1

<i>Fig. 1 – Espectro do sinal GSM e efeito da regeneração de espectro (curva grossa).</i>	3
<i>Fig. 2 - Característica não linear típica do dispositivo não linear utilizado nesta Tese.</i>	6

2

<i>Fig. 1- a) Sistema não linear b) Sistema não linear, subdividido em parte linear e não linear.</i>	15
<i>Fig. 2 - Fluxograma do algoritmo Balanço Harmónico.</i>	16
<i>Fig. 3- Método de reflexões múltiplas.</i>	20
<i>Fig. 4- Aplicação do método de Newton.</i>	22
<i>Fig. 5 - Método cúbico de truncatura do espectro, quando este depende de duas frequências base.</i>	27
<i>Fig. 6 - Método de truncatura de um espectro de duas frequências base em diamante.</i>	28
<i>Fig. 7 - Espectro original a) ; 1ª transladação b) e 2ª transladação c).</i>	30
<i>Fig. 8 - Translação do espectro seguida de filtragem.</i>	30
<i>Fig. 9 - Fluxograma do algoritmo de Balanço Harmónico.</i>	33
<i>Fig. 10 - Característica não linear e função aproximadora.</i>	35
<i>Fig. 11 - Técnica da envolvente, imagem retirada da ref. [44].</i>	39
<i>Fig. 12- Circuito não linear.</i>	44
<i>Fig. 13- Circuito equivalente por aplicação do teorema da substituição.</i>	44
<i>Fig. 14- Circuito para aplicação do método das correntes não lineares.</i>	45
<i>Fig. 15- Fluxograma do algoritmo de Séries de Volterra Generalizadas.</i>	49
<i>Fig. 16- Problemas da aplicação do método de Newton.</i>	50
<i>Fig. 17 - Sistema não linear.</i>	51

3

<i>Fig. 1 - Separação do circuito em 2 partes: linear e não linear.</i>	67
<i>Fig. 2 - Espectro discreto de tons não proporcionais entre si, a – espectro do sinal de entrada, b- espectro do sinal de saída.</i>	70
<i>Fig. 3 - Aproximação da tangente hiperbólica a) e correspondente 1ª derivada b), por Chebyshev, Taylor, Taylor racional e Hermite racional.</i>	75
<i>Fig. 4 - Figura 5 - Aproximação da 2ª a) e 3ª derivadas b), da tangente hiperbólica e suas correspondentes aproximações.</i>	75

<i>Fig. 5 - Espectro contínuo de banda larga.</i>	77
<i>Fig. 6 - Espectro contínuo de banda estreita.</i>	77
<i>Fig. 7 – Preenchimento esparso, típico de uma matriz Jacobiana.</i>	78
<i>Fig. 8 - Diagrama de blocos completo da técnica de Balanço Espectral</i>	88
<i>Fig.9 – Diagrama esquemático de um amplificador de potência Classe B.</i>	89
<i>Fig. 10 - I_{ds} vs V_{gs} (a), 1ª derivada (b), 2ª derivada (c) e 3ª derivada (d), para a zona de triodo ($V_{ds}=0V$ e $V_{ds}=0.5V$) e para a saturação ($V_{ds}=5V$).</i>	90
<i>Fig. 11 - I_{ds} vs V_{ds} (a), 1ª derivada (b), 2ª derivada (c) e 3ª derivada (d), para 3 pontos de polarização diferentes de V_{gs}: $V_{gs}=0V$, $V_{gs}=-0.5V$ e $V_{gs}=-1V$.</i>	90
<i>Fig.12 – Resultados de HB e SB comparados com resultados experimentais obtidos da excitação a 1 tom do amplificador de potência Classe B.</i>	91
<i>Fig.13 – Resultado de simulação HB e SB comparados com valores experimentais quando se excita o amplificador de potência com uma entrada duplo tom.</i>	92
<i>Fig.14 – Bancada de medida utilizada para a medição do teste de regeneração de espectro.</i>	94
<i>Fig. 15 – Espectro de entrada para o teste de regeneração de espectro.</i>	94
<i>Fig.16 – Comparação entre valores simulados (SB) e medidos.</i>	95

4

<i>Fig. 1 - Circuito de testes.</i>	103
<i>Fig. 2 - Circuito de teste.</i>	111
<i>Fig. 3 - G_m, G_{m2} e G_{m3} e ampliação de G_{m5} em função de V_{gs} medidos para um MESFET típico.</i>	114
<i>Fig. 4 - Curva de 3ª e 5ª harmónica com G_{m3} em oposição de fase a G_{m5}.</i>	116
<i>Fig. 5 - Curva de 3ª e 5ª harmónica com G_{m3} em fase com G_{m5}.</i>	116
<i>Fig. 6 - Modelo linear por troços para a zona de corte.</i>	118
<i>Fig. 7 - Função Descritiva de 1 tom em função de q.</i>	119
<i>Fig. 8 - 3ª harmónica, a depois do corte e b antes do corte.</i>	119
<i>Fig. 9 - I_{ds} em função de V_{gs} utilizando um modelo infinitamente derivável.</i>	120
<i>Fig. 10 - Fundamental em função de P_{in} a 0.5% (-3.0V) e 50% (-0.9V) de I_{dss}</i>	121
<i>Fig. 11 - I_{ds}, G_m, G_{m2}, G_{m3} e G_{m5}; os valores servem apenas como referência.</i>	121
<i>Fig. 12 - 3ª Harmónica quando se polariza o transistor na situação de G_{m3} em fase, ($V_{gs}=-3.0V$) e em oposição ($V_{gs}=-0.9V$) com G_{m5}.</i>	122
<i>Fig. 13 - Modelo do dispositivo linear por troços para a zona de triodo, parametrizado em V_{gs}.</i>	124
<i>Fig. 14 - Implementação gráfica da expressão (30).</i>	124
<i>Fig. 15 - Variação da fundamental com RL</i>	125
<i>Fig. 16 - Modelo linear por troços do MESFET, parametrizado em V_{gs}.</i>	126
<i>Fig. 17 - Curva característica linear por troços.</i>	126
<i>Fig. 18 - Fase de fundamental, (laranja), e 3ª harmónica (vermelha) da função descritiva, para $V_{gs}=-1.65V$ (corte); -1.19V (saturação); e -0.5V (triódo).</i>	128
<i>Fig. 19 - Observação da variação da recta de carga para uma modelo linear por troços.</i>	130

Fig. 20 - Potência de saída à fundamental e 3ª harmónica quando polarizado no corte $V_{gs} = -1.65V$	130
Fig. 21 - Potência de saída à fundamental e 3ª harmónica quando polarizado na saturação $V_{gs} = -1.19V$	131
Fig. 22 - Potência de saída à fundamental e 3ª harmónica quando polarizado na zona linear $V_{gs} = -0.5V$.	131
Fig. 23 - Modelo infinitamente derivável de Pedro, parametrizado em V_{gs} .	133
Fig. 24 - Função característica de I_{ds} em função de V_{gs} , para V_{dsDC} e R_L constantes.	133
Fig. 25 - 1ª, 3ª e 5ª derivadas da função Característica.	135
Fig. 26 - 2ª Derivada d^2I_{ds}/dV_{in}^2 , G_2 .	135
Fig. 27 - Circuito de teste.	136
Fig. 28 - Curva de potência à fundamental e terceira harmónica para $V_{gs} = -1.43V$.	137
Fig. 29 - Curva de potência à fundamental e terceira harmónica para $V_{gs} = -1.22V$	138
Fig. 30 - Curva de potência à fundamental e à terceira harmónica para $V_{gs} = -0.93V$.	138
Fig. 31 - Curva de potência à fundamental e à terceira harmónica para $V_{gs} = -0.78V$	139
Fig. 32 - Curva de potência à fundamental e terceira harmónica para $V_{gs} = -0.54V$.	140
Fig. 33 - Curva de potência à fundamental e à terceira harmónica para $V_{gs} = -0.47V$.	140
Fig. 34 - Curva de potência à fundamental e terceira harmónica para o sweet spot, $V_{gs} = -0.51V$.	141
Fig. 35 - Caso de duplo mínimo.	141
Fig. 36 - Circuito mais eficiente.	142
Fig. 37 - Recta de carga a DC e AC.	143
Fig. 38 - Fundamental e 3ª harmónica para A - Classe A (+), B - Classe A (-), C - Classe AB, D - Classe B, E - Classe C	144
Fig. 39 - Curvas temporais e respectivas rectas de carga antes ($P_{in} = 8dBm$) e depois da entrada na zona de tróvão ($P_{in} = 10dBm$)	145
Fig. 40 - Rectas de carga a 1W, 10W, 25W, 50W, 100W.	146
Fig. 41 - Curvas da fundamental para variação de carga.	146
Fig. 42 - Curvas da 3ª harmónica para variação da recta de carga.	147
Fig. 43 - Apresentação de duplo mínimo.	148

5

Fig. 1 - Circuito utilizado para a análise a dois tons.	156
Fig. 2 - Função característica e as derivadas de 1ª, 3ª e 5ª ordem.	157
Fig. 3 - Potência de saída e IMD para: A - Classe B, B - Classe AB, C - Classe A (-), D - Classe A (+), E - Sweet Spot de sinal fraco e F - Mínimo duplo.	158
Fig. 4 - Potência de saída e IMD para a variação das malhas de saída: A - B - Banda base ; C - D - 2ª harmónica e E - F - harmónicas superiores à 2ª.	162
Fig. 5 - Amplificador de potência baseado num MESFET utilizado para validação experimental.	164
Fig. 6 - Fotografia do amplificador de potência real.	164

<i>Fig. 7 - Comparação entre os resultados simulados e medidos de IMD de sinal fraco.</i>	165
<i>Fig. 8 - Curvas medidas e simuladas para o amplificador em classe AB ($V_{gs}=-0.61V$) à fundamental e IMD.</i>	166
<i>Fig. 9 - Curvas medidas e simuladas para o amplificador em classe B ($V_{gs}=-1.24V$) à fundamental e IMD.</i>	166
<i>Fig. 10 - IMR para o amplificador polarizado em classe AB e B.</i>	167
<i>Fig. 11 - Sistema de comunicações de rádio móvel (GSM).</i>	169
<i>Fig. 12 - Medição de ACP.</i>	169
<i>Fig. 13 - Medição de NPR.</i>	170
<i>Fig. 14 - Diagrama de blocos de um sistema de medida multi-ton.</i>	171
<i>Fig. 15 - Bancada de medida real.</i>	171
<i>Fig. 16 - Espectro de excitação derivado de uma sequência pseudo-aleatória filtrada.</i>	173
<i>Fig. 17 - Valores medidos e simulados para o amplificador em classe AB e B quando excitado por uma sequência pseudo-aleatória.</i>	174
<i>Fig. 18 - Espectro do ruído branco Gaussiano de banda estreita e sinal de saída distorcido.</i>	175
<i>Fig. 19 - Potência de saída e ACP medidos e simulados para uma excitação real, de ruído branco Gaussiano de banda estreita.</i>	176

6

A

<i>Fig. 1 Envolvente de dois tons com fases nulas e aleatórias.</i>	192
<i>Fig. 2 - Caso de três tons com fases aleatórias e em fase.</i>	192
<i>Fig. 3 - Caso de 5 tons.</i>	193
<i>Fig. 4 - Caso de 10 tons.</i>	193
<i>Fig. 5 - Caso de 20 tons.</i>	194
<i>Fig. 6 - Função densidade de probabilidade da soma de várias variáveis aleatórias independentes.</i>	196

1

Introdução

A. Enquadramento e Objectivos

Nos finais do século XIX, *Heinrich Rudolf Hertz*, *Nikola Tesla*, *Guglielmo Marconi* e outros cientistas, iniciaram o estudo da emissão e recepção de ondas electromagnéticas. É geralmente aceite [1] que o nascimento da transmissão rádio ocorreu em 1897, com a atribuição da patente do telégrafo sem fios a *Marconi*. Esse feito foi o início de uma revolução nos circuitos, tecnologias e teorias aplicadas à transmissão rádio, que ainda dura no nosso tempo.

A complexidade dos primeiros transmissores-receptores de rádio, que utilizavam simples modulações em amplitude, tem aumentado com os modernos sistemas de telecomunicações que utilizam modulações mais complexas tipo GMSK [2] ou espalhamento de espectro [3]. A evolução das teorias e tecnologias aplicadas à transmissão de sinais eléctricos, altera-se

constantemente, permitindo um aumento da capacidade de envio de informação e da qualidade da mesma.

O processamento banda-base teve uma evolução considerável, pois passou de um simples desmodulador de envolvente, para a modulação AM, para um sistema complexo baseado em DSP [4] e microprocessadores, para modulações mais elaboradas. Por outro lado, a parte de RF e microondas teve uma evolução mais moderada. Um exemplo notório deste facto é o caso do telemóvel, onde já se pode realizar todo o processamento de banda base utilizando apenas técnicas digitais, enquanto que a “cabeça” de RF continua a ser analógica. Os componentes que normalmente a constituem são filtros e amplificadores, estes últimos necessários ao aumento do nível do sinal, elevando assim a relação sinal ruído, SNR.

Como se pode intuitivamente constatar, também os amplificadores de potência destes transmissores tiveram uma evolução, tanto a nível tecnológico, como de sistema. Do ponto de vista tecnológico [5-6], e devido à necessidade de aumentar a frequência da portadora, novos tipos de semicondutores emergiram, permitindo assim melhorar o desempenho dos amplificadores, tanto em frequência, como em potência, ruído, estabilidade, etc.

Do ponto de vista de sistema, o uso cada vez mais racional do espectro impôs o desenvolvimento de melhores tipos de filtros e a construção de amplificadores sintonizados. Além disso, a portabilidade implícita dos sistemas móveis criou a necessidade de projectar amplificadores optimizados para consumir o mínimo de potência DC, melhorando o seu rendimento e tornando-os mais pequenos e potentes.

O crescente congestionamento do espectro radioeléctrico, provocado pelo advento de novos serviços de telecomunicações, exigiu um projecto mais racional dos sistemas, de modo a optimizar a gestão do espectro disponível [7]. Os sinais transmitidos, correspondentes a diferentes canais de informação, são cada vez mais estreitos em largura de banda, e mais próximos uns dos outros. Existindo inclusive casos, como por exemplo o GSM [8], no qual os canais estão adjacentes, i.e., a “banda de guarda” é de 0Hz.

Estes factos impõem um aumento da complexidade destes circuitos. Apesar dos filtros serem cada vez mais selectivos em frequência, é importante não esquecer que o

amplificador de potência é o penúltimo andar de uma cadeia de transmissão e que a sua característica não linear gera distorção [9], que se reflecte em regeneração de espectro   volta do sinal a transmitir, não sendo possível de filtrar com a tecnologia actual. Esta regeneração de espectro provoca diminuição da SNR no canal adjacente, Fig.1.

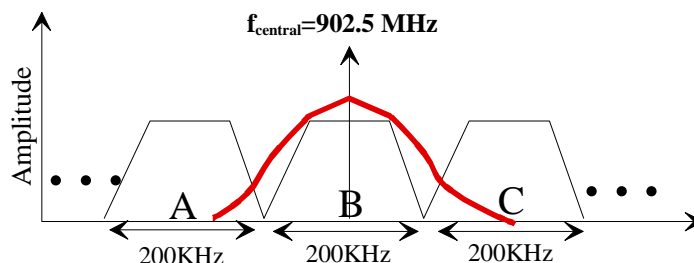


Fig. 1 – Espectro do sinal GSM e efeito da regeneração de espectro (curva grossa).

Neste caso, o uso dos actuais filtros selectivos não   solução, devido à reduzida largura de banda relativa do sinal a transmitir. Além disso, existe distorção não linear coincidente com o próprio sinal a transmitir, impossibilitando a sua filtração [9].

Sabendo que a relação sinal-distorção de ordem c decresce com o nível de excitação ($c-1$) dB por cada dB de entrada, uma maneira simples de melhorar a relação sinal ruído   saída do sistema, consiste em operar o amplificador com uma potência de saída muito abaixo das suas capacidades máximas. Este procedimento, denominado de *Output Power Backoff*, para além de pouco econ mico, apresenta a desvantagem de conduzir a amplificadores de baixo rendimento.

A utilização crescente destes circuitos em comunicações móveis e em aplicações cada vez mais complexas, como o caso de “TV cabo sem fios”, *Wireless Cable* [10], fazem com que o estudo da distorção em amplificadores de potência tenha uma importância cada vez maior.

Em consonância a comunidade científica intensifica o estudo da distorção em amplificadores de potência [11-15]. Devido a existirem apenas técnicas de análise para excitações de entrada de sinal fraco, ou então sinal forte sinusoidal, o estudo da distorção de circuitos não lineares é exclusivamente abordado para estes tipos de excitação. Por esse facto, são o estudo de amplificadores de sinal fraco ou das harm nicas geradas pela distorção de sinal forte   possível.

Como os amplificadores de potência operam em sinal forte, isso inviabiliza as técnicas de sinal fraco. E como a largura de banda nos circuitos actuais é bastante reduzida, o estudo das suas harmónicas em sinal forte não é a melhor solução, pois a amplitude e fase destas já estão alteradas pela largura de banda existente. Desenvolveram-se, por isso, métodos de análise de sinal forte a dois tons sinusoidais [12], com uma separação na frequência igual ou inferior à largura de banda do sinal a transmitir. Estas técnicas permitem estudar e observar experimentalmente os produtos cruzados de intermodulação, IMD [9], que surgem dentro da banda útil do sistema.

Este facto, provocou o desenvolvimento de técnicas específicas de medida e simulação de circuitos não lineares [9]. Ainda assim, a excitação a dois tons não permite a modelação das condições reais de transmissão de informação, pelo que ainda é motivo de estudo o desenvolvimento de técnicas de simulação e de medida de circuitos não lineares, submetidos a excitações mais próximas da realidade [13]. De entre estas contam-se sinais multi-tons (>2tons) e sinais de ruído branco de banda estreita, que permitem modelar mais convenientemente os sinais reais existentes.

Além do estudo de técnicas de simulação não lineares em amplificadores, é também fonte de preocupação o estudo e optimização da distorção nestes circuitos [14], por forma a melhorar, e se possível ultrapassar, os problemas impostos pelo *Output Power Backoff*. Surgem assim na literatura científica [15-16] várias formas de minimizar esta distorção, como sejam as técnicas de linearização externa, ou a optimização da distorção pela compreensão dos mecanismos que a geram.

As referidas técnicas de linearização externa [16] apesar de fornecerem bons resultados, têm o inconveniente de tornarem o circuito economicamente mais dispendioso. Normalmente implicam o uso de componentes externos, o que provoca também um aumento de peso do circuito, diminuindo assim a sua portabilidade. A solução alternativa, seguida na presente Tese, consiste em compreender os mecanismos de distorção existente nos amplificadores, e utilizando esse conhecimento, optimizá-la [17].

É, assim, tema desta Tese o estudo e optimização da distorção não linear de intermodulação em amplificadores de sinais multi-portadora.

Devido à escassez de técnicas de simulação de circuitos multi-portadora, o primeiro objectivo é o desenvolvimento de uma ferramenta de análise que permita estudar a resposta de circuitos não lineares a sinais fortes multi-portadora [18].

Uma vez atingido esse objectivo, pretende-se aplicar esta ferramenta de simulação ao estudo dos mecanismos de distorção não linear existentes em amplificadores. A identificação detalhada dos mecanismos de distorção, em circuitos não lineares, e a sua integração quando se submete o circuito a um sinal de excitação fraco ou forte, multi-portadora, é assim o segundo objectivo da Tese [19].

Os principais objectivos podem então ser resumidos aos seguintes:

- ➡ Desenvolvimento de um simulador para análise de circuitos não lineares sujeitos a sinais de excitação multi-ton.
- ➡ Optimização da distorção não linear em amplificadores de RF e microondas para sinal fraco e forte.

B. Organização da Tese

Sendo o primeiro objectivo desta Tese desenvolver um simulador para circuitos não lineares de RF e microondas, apresenta-se, no 2º capítulo, um estudo das técnicas de simulação existentes até à data. As suas bases teóricas são abordadas e, por conseguinte, as suas vantagens e desvantagens discutidas.

O segundo capítulo é uma apresentação das diversas técnicas de simulação de circuitos analógicos não lineares existentes na literatura. Estudam-se desde técnicas baseadas na integração numérica de equações diferenciais, até técnicas mais complexas como sejam as séries de *Volterra* generalizadas. Apresenta-se no fim do 2º capítulo, uma ideia geral integradora, que permita escolher a técnica mais adequada ao estudo de circuitos não lineares multi-portadora, caso do Balanço Espectral.

Uma vez adquiridos todos os pormenores teóricos desta técnica, pretende-se estendê-la ao caso de sinais multi-tom. Para esse efeito, propõem-se alterações ao algoritmo existente, de modo a ser possível o uso destes sinais como excitação. Por forma a validar a técnica proposta, apresenta-se no fim do 3º capítulo a simulação de um amplificador em classe B, utilizando essa ferramenta de análise. Compara-se a seguir esses valores, com os provenientes de um simulador comercial [20] e medidos experimentalmente, quando o circuito é excitado por um sinal sinusoidal, de duplo tom ou uma sequência pseudo-aleatória (multi-tom discreto). Termina-se o 3º capítulo na posse de um simulador de circuitos não lineares de RF e microondas, para sinais fortes multi-tom [18], atingindo o 1º objectivo proposto.

Como já foi referido na secção anterior, pretende-se também estudar e otimizar a distorção não linear neste tipo de circuitos. Para esse efeito, estudam-se, no capítulo 4, os fenómenos de distorção existentes num dispositivo que apresenta uma característica não linear semelhante à da Fig.2.

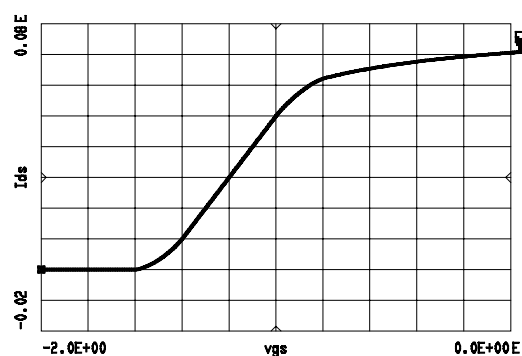


Fig. 2 - Característica não linear típica do dispositivo não linear utilizado nesta Tese.

Esse estudo é realizado utilizando uma divisão em sinal fraco e forte, propondo-se um modelo de comportamento para este género de funções não lineares. Ainda no capítulo 4, aplica-se esse modelo comportamental ao caso de um MESFET, e discute-se as diferentes causas de distorção provocadas por este tipo de dispositivo.

Estando na posse de um simulador de sinais multi-tom e compreendendo as causas de distorção existentes num dispositivo MESFET, apresenta-se, no capítulo 5, a aplicação de toda a teoria desenvolvida no capítulo 4, a um circuito de RF, baseado num MESFET,

quando este é excitado por um sinal multi-tom. A primeira parte do 5º capítulo debruça-se sobre os fenómenos decorrentes da excitação de duplo tom, como, por exemplo, o problema das malhas de entrada/saída no funcionamento do circuito, alargando, a seguir, toda esta teoria a sinais multi-tom. A última parte do capítulo descreve a implementação de uma bancada laboratorial que permite realizar a validação experimental da teoria apresentada, tendo como base os resultados proporcionados pelo simulador desenvolvido no capítulo 3 [19].

Valida-se assim esta teoria considerando um amplificador de RF e microondas, quando polarizado em classe AB e B. O circuito é excitado com um sinal duplo-tom, pseudo-aleatório (multi-tom discreto) e um sinal real de telecomunicações, modelado por ruído branco *Gaussiano* de banda estreita (multi-tom contínuo). Este estudo permite a previsão e projecto de circuitos optimizados para apresentar uma pré-determinada curva de distorção não linear.

Apresenta-se pela primeira vez uma explicação para os *Sweet Spots*, mínimos de IMD, de sinal forte [21] existentes em amplificadores de potência [19].

Finalmente, no capítulo 6, discutem-se os resultados mais significativos, apresentam-se as conclusões mais relevantes da Tese e propõem-se algumas linhas de trabalho futuro, para não permitir que o tema da Tese encontre aqui o seu fim.

C. Referências

- [1] Andy D. Kucar, “Mobile Radio: An Overview”, IEEE Communications Magazine, pp. 72-85, Vol. 29, Novembro, 1991.
- [2] Lawrence E. Larson, *RF and Microwave Circuit Design for Wireless Communications*, Artech House, Norwood, MA, 1996.
- [3] Ramjee Prasad, Tero Ojanpera, “An Overview of CDMA Evolution Toward Wideband CDMA”, IEEE Communications Surveys, Fourth Quarter, pp.2-28, Vol 1, No 1, Janeiro, 1998.

- [4] Asad A. Abidi, “Direct-Conversion Radio Transceivers for Digital Communications”, IEEE Journal of Solid State Circuits, pp. 1399-1410, Vol. 30, N° 12, Dezembro, 1995.
- [5] R. Fürst, “With GaAs MMICs Towards Dual Band Front End Applications in Wireless Communication”, Proceedings of the 27 European Microwave Conference, pp. 1289-1294, Jerusalem, Israel, 1997.
- [6] K. Madani, J. Samaniego, “Technologies for Future Generation of Multi-Carrier Mobile Communications”, Proceedings of the 27 European Microwave Conference, pp. 1295-1300, Jerusalem, Israel, 1997.
- [7] William C. Y. Lee, *Mobile Cellular Telecommunications Systems*, McGraw-Hill International, Singapore, 1990.
- [8] Asha Mehrotra, *GSM System Engineering*, Artech House, London, 1996.
- [9] S. A. Maas, *Nonlinear Microwave Circuits*, Artech House, London, 1988.
- [10] Jeff Shu, Tony Hwang, Duc Nguyen, Robert Pumares, Patrick Chye e Paul Khanna, “Ka-Band 2 Watt Power SSPA for LMDS Application”, Proceedings of the IEEE MTT Symposium, pp. 573-576, Baltimore, USA, 1998.
- [11] A.E. Parker e J. B. Scott, “Intermodulation Nulling in GaAs MESFETs”, Electronics Letters, pp. 1961-1962, Vol. 29, No. 22, Outubro, 1993.
- [12] Stephen A. Maas, “How to Model Intermodulation Distortion”, IEEE Microwave Theory and Techniques Symposium Digest, pp. 149-151, 1991.
- [13] Q. Wu, H. Xiao e F. Li, “Linear RF Power Amplifier Design for CDMA Signals: A Spectrum Analysis Approach”, Microwave Journal, pp.22-40, vol. 41, Dezembro, 1998.
- [14] F. Giannini, G. Leuzzi, E. Limiti, “Design Techniques for Non-linear Microwave Circuits”, Proceedings of the 27 European Microwave Conference, pp. 1309-1315, Jerusalem, Israel, 1997.
- [15] José Carlos Pedro, “Técnicas de Linearização de Amplificadores de Potência em Microondas”, Tese de doutoramento, Universidade de Aveiro, Agosto, 1993.
- [16] Jitendra Goel, Allen Katz, “Advances in Amplifier Linearization”, 1998 IEEE MTT Symposium Workshop, Baltimore, 1998.
- [17] J. C. Pedro e J. Perez, “Accurate Simulation of GaAs MESFET's Intermodulation Distortion Using a New Drain-Source Current Model”, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, pp.25-33, vol. 42, n° 1, Janeiro, 1994.
- [18] N. B. Carvalho e J. C. Pedro, “Multi-tone Frequency Domain Simulation of Nonlinear Circuits in Large and Small Signal Regimes”, IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech., pp.2016-2024, vol. MTT-46, Dezembro, 1998.

- [19]N. Carvalho, J. C. Pedro, "Large and Small Signal IMD Behavior of Microwave Power Amplifiers", IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech., pp.2364-2374, vol. MTT-47, Dezembro, 1999.
- [20]MDS, HP 85150B Microwave and RF Design Systems, Hewlett Packard, 1994.
- [21]Scott R. Novis e Leonard Pelletier; "IMD Parameters Describe LDMOS Device Performance", Microwaves & RF, pp. 69-74, Vol. 37, Nº 7, Julho, 1998.

2

Estado da Arte - Técnicas de Simulação de Circuitos Analógicos Não Lineares

A. Introdução

Neste capítulo, apresenta-se uma visão do estado da arte das técnicas de análise usualmente utilizadas para o estudo de circuitos não lineares.

Para o efeito são considerados alguns pressupostos: o primeiro é que nesta Tese apenas se consideram os sistemas não lineares que respondem com $y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} B_k \sin(k\omega t + \phi_k)$, a uma entrada sinusoidal $x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$.

No caso da excitação de entrada ser uma combinação de sinusóides do tipo

$$x(t) = \sum_{i=1}^n A_i \sin(\omega_i t + \phi_i), \text{ a saída será do tipo } y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} B_k \sin(\omega_k t + \phi_k), \text{ com}$$

$$\omega_k = m_1 \omega_1 + m_2 \omega_2 + \dots + m_i \omega_i, \text{ e } m_i \in \mathbb{Z}.$$

O sistema não linear gera componentes espectrais de saída a frequências múltiplas das harmónicas de entrada e ainda termos do género $m_i \omega_i \pm m_j \omega_j$ ($m_i, m_j \neq 0$), os quais se designam por componentes de intermodulação.

Ao contrário dos sistemas lineares, em que a saída ocorre à frequência de excitação e uma simples análise de *Fourier* é suficiente para a resolução do problema, num sistema não linear as técnicas de análise são mais complexas.

Mais uma vez, em oposição ao que se passa com os sistemas lineares, ainda não existe uma técnica definitiva que se possa aplicar a todo e qualquer sistema. Existe sim, uma quantidade de técnicas de índole variada, utilizadas de acordo com o tipo da não linearidade existente, o nível e forma do sinal de entrada ou a sua largura de banda.

As ferramentas de análise não linear podem-se dividir em três grandes áreas:

- Análise temporal;
- Análise mista temporal-espectral;
- Análise espectral;

A análise temporal é realizada, como o nome indica, no domínio do tempo, sendo possível a sua aplicação na maioria dos casos. Tem, no entanto, o grave problema de poder exigir tempos de análise muito longos para o regime estacionário.

A análise mista apresenta uma grande quantidade de variantes sendo a técnica de análise não linear mais utilizada em simuladores comerciais a par da técnica de análise temporal.

A análise espectral calcula a resposta não linear, exclusivamente no domínio espectral. A sua importância tem vindo a crescer no meio científico devido ao número de tons de excitação de entrada a simular ter aumentado.

As próximas secções apresentam um breve estudo dos diferentes tipos de análise não linear. Utilizando critérios objectivos, escolher-se-á uma técnica que permita a análise de sistemas não lineares fortes, com sinais de entrada de potência elevada e espectro contínuo, ou que possa ser descrito por um número elevado de componentes espectrais.

B. Análise Temporal

A análise temporal [1-6] é a mais intuitiva, pois é esse o domínio natural da percepção humana. É por isso usual que os modelos não lineares e as excitações de entrada dos sistemas estejam descritos nesse domínio.

Além disso, a técnica temporal é utilizada para a resolução de equações integro-diferenciais não lineares, em problemas de índole diversa na matemática. Assim, a transição das equações integro-diferenciais puramente abstractas para as equações integro-diferenciais derivadas de circuitos eléctricos foi relativamente simples, dando assim origem aos primeiros simuladores não lineares do domínio temporal [6].

A análise temporal baseia-se na integração numérica das equações integro-diferenciais não lineares no domínio temporal. A resposta transitória do circuito a analisar é sempre calculada, obtendo-se a resposta em regime estacionário, apenas depois da resposta transitória desaparecer.

Desse modo, e porque os circuitos a estudar contêm elementos armazenadores de energia com constantes de tempo bastante diferentes, esta técnica torna-se pouco eficiente.

Outra desvantagem ocorre quando o objectivo é o estudo da n^{a} harmónica em circuitos não lineares sujeitos a sinais multi-portadora. Por exemplo, sinais de dois tons: $x(t)=A_1\sin(\omega_1 t)+A_2\sin(\omega_2 t)$, em que ω_1 e ω_2 são frequências relativamente elevadas e próximas. Pelo teorema de *Nyquist*, necessita-se de discretizar o sinal de entrada com um tempo de amostragem igual a $t_{am} = \frac{1}{2 \cdot h \cdot \omega_2}$; este facto não seria uma dificuldade se o tempo de análise fosse curto, mas se $\omega_1 \approx \omega_2$, os produtos de intermodulação do tipo $\omega_2 - \omega_1$

vão obrigar a que o tempo de análise seja igual a pelo menos, $T_{an} = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \rightarrow \infty \big|_{\omega_2 \approx \omega_1}$ tornando-o assim muito elevado.

Existem ainda outros problemas reais, como por exemplo o caso em que ω_2 e ω_1 não são comensuráveis, o que provoca o aparecimento de *spectral leakage* (espalhamento de espectro) e consequentemente problemas na gama dinâmica da técnica [7].

Outro inconveniente deste método é a dificuldade em se descreverem no domínio temporal alguns componentes distribuídos e de importante interesse prático em microondas. Por exemplo a linha *micro-strip* dispersiva, bem como um sem número de discontinuidades usuais neste tipo de suporte [5].

Como se constata, este método de análise não é muito útil para os objectivos propostos, que são o cálculo da resposta em regime estacionário de um circuito de alta frequência não linear sujeito a excitações multi-ton.

A grande vantagem deste tipo de análise é permitir o cálculo da resposta transitória, o que não é o objectivo pretendido nesta Tese. Apesar das desvantagens apresentadas, foi e continua a ser uma das técnicas mais utilizadas pelos simuladores actuais, devido à sua tradição e grande facilidade de implementação. Comercialmente, esta técnica foi dada a conhecer pelo SPICE [6].

C. Balanço Harmónico

Para resolver parte dos problemas associados à técnica temporal, principalmente a questão das grandes diferenças existentes nas constantes de tempoⁱ foi proposta outra técnica, designada de Balanço Harmónico (HB) [5,8-10].

ⁱ Normalmente decorrentes apenas dos componentes lineares do circuito.

A técnica de HB é um misto de análise temporal e espectral. A base desta técnica consiste em dividir o circuito a estudar em duas partes. Uma linear, onde se colocam todos os elementos dinâmicos, exclusivamente lineares, do circuito e outra, não linear, onde se colocam os elementos não lineares e se necessário os restantes lineares, Fig.1 [8].

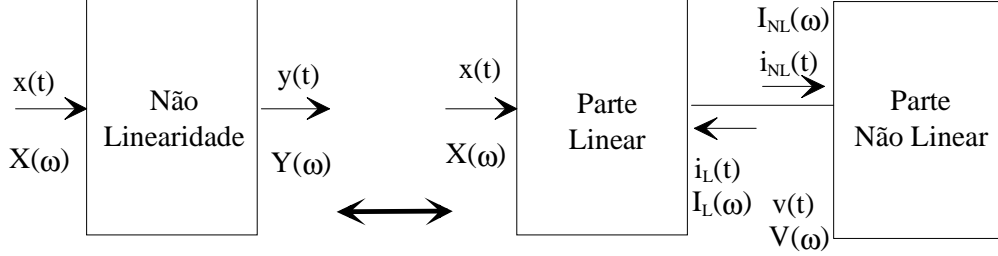


Fig. 1- a) Sistema não linear b) Sistema não linear, subdividido em parte linear e não linear.

Com esta abordagem   possível o cálculo da parte linear do circuito no domínio espectral, resolvendo os problemas anteriormente referidos, como os da análise transitória e de representação de elementos lineares no domínio da frequência. O cálculo da parte não linear continua a ser resolvido no domínio temporal. O objectivo desta técnica   igualar, por um processo iterativo, a corrente da parte linear com a corrente da parte não linear em cada nó, verificando assim a lei das correntes de *Kirchoff*.

Considere-se que, na Fig. 1 b), $x(t)$, $v(t)$, $i_L(t)$ e $i_{NL}(t)$ são tensões e correntes representadas no domínio temporal e $X(\omega)$, $V(\omega)$, $I_L(\omega)$ e $I_{NL}(\omega)$ são tensões e correntes representadas no domínio espectral. Arbitrando inicialmente o valor de $V(\omega)$, condição inicial, e utilizando técnicas lineares conhecidas, como por exemplo o uso de matrizes de parâmetros Y descritos no domínio espectral, obt m-se o valor de $I_L(\omega)$. Por aplicação da transformada inversa de *Fourier* calcula-se o respectivo valor de $v(t)$, derivado de $V(\omega)$. Utilizando este valor pode-se calcular $i_{NL}(t)$, por substituição de $v(t)$ em $f_{NL}(v(t))^{ii}$. A lei das correntes de *Kirchoff* impõe que $I_L(\omega) + I_{NL}(\omega) = 0$. Por isso, só quando se verificar a igualdade $I_L(\omega) = -I_{NL}(\omega)$, a resposta do sistema estará determinada. Pode-se assim definir uma função de erro, $F(V(\omega)) = I_L(\omega) + I_{NL}(\omega)$, que permitirá quantificar o quão próximo da solução final se está, para cada incógnita do sistema, bem como inferir uma nova estimativa de $V(\omega)$ que a minimize.

O objectivo da técnica de Balanço Harmónico é então a determinação do $V(\omega)$ que faz $F(V(\omega))=0$. O fluxograma desta técnica é apresentado na Fig.2.

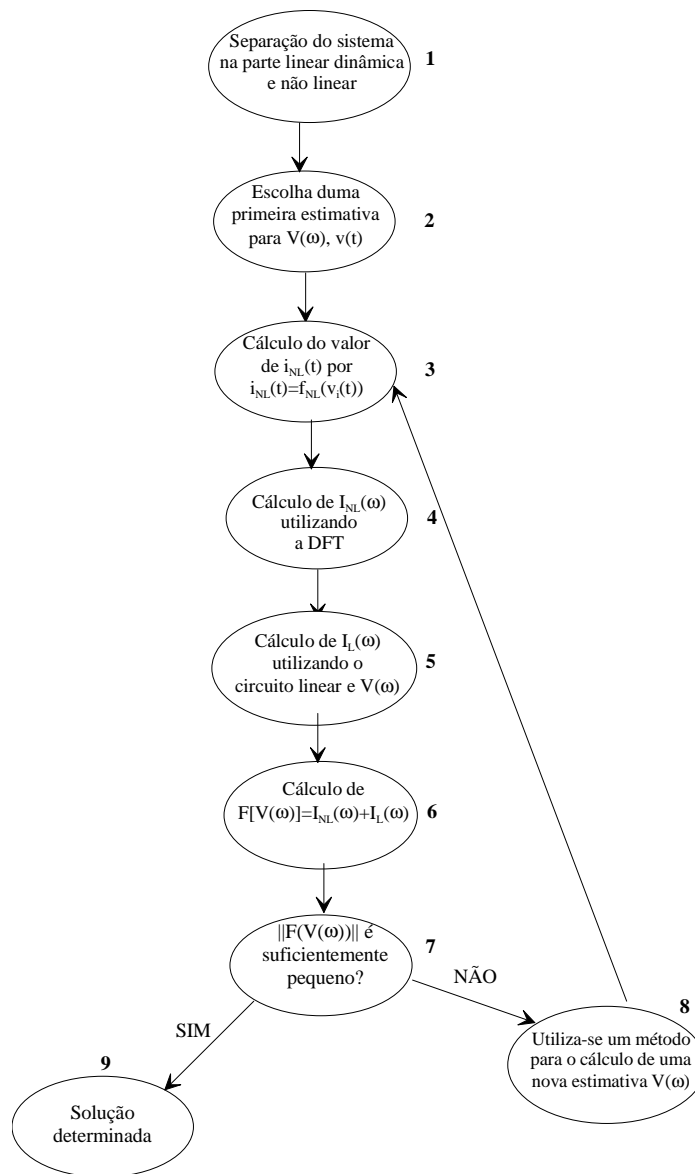


Fig. 2 - Fluxograma do algoritmo Balanço Harmónico.

Vários autores [8-23] preocuparam-se com os diferentes passos deste fluxograma. Alguns dos passos são mais críticos do que outros, por isso comentar-se-á a seguir cada um deles.

- O 1º passo é relativamente simples de realizar, apesar de necessitar algum cuidado na escolha dos elementos que deverão constar da parte linear e da não linear. É óbvio que

ⁱⁱ Desde que esta seja uma função algébrica [11].

na parte linear deverão estar apenas elementos lineares, já a parte não linear poderá conter elementos lineares, sem memória ou não lineares, conforme for mais adequado ao cálculo do problema.

- O 2  passo requer maior atenção, pois uma boa aproximação inicial pode decidir a eficiência do algoritmo a utilizar no passo 8, como se ver  na sub-secção seguinte. Conforme o algoritmo a utilizar no passo 8, assim variar  a escolha de um valor inicial apropriado.
- Os 3 , 5 , 6  e 9  passos são relativamente simples, e não exigem mais considerações. Isto claro se a função $f_{NL}(v(t))$ for algébrica [11], que é a assunção feita neste capítulo.
- Para o 4  passo existem variadíssimos algoritmos de cálculo dos coeficientes da série de *Fourier* [9,14-23], principalmente quando o número de excitações de entrada é superior a um, e não harmonicamente relacionadas. Um estudo pormenorizado dos vários algoritmos aplicados a este passo será realizado na sub-secção C.2.
- O passo 7, que define o critério de paragem do algoritmo, tem igual comentário que o passo 2, pois depende do tipo de algoritmo utilizado no passo 8 e da não linearidade em causa. No entanto existem dois tipos de função de erro largamente utilizados, como sejam o erro mínimo quadrático, $\varepsilon(v) = \|F(v)F^*(v)\|$, ou a norma da função de erro, $\varepsilon(v) = \|F(v)\|$.
- Finalmente, o 8  passo, algoritmo de iteração, é tema de vários estudos por muitos autores [14-23]. De igual modo ao passo 4, será dedicada uma sub-secção, C.1, ao seu estudo pormenorizado.

C.1 Algoritmos de Iteração para $F(V(\omega))=0$

Voltando ao 8  passo na Fig. 2, constata-se que a sua importância é fundamental nesta técnica de simulação, pois é ele que irá determinar a convergência do algoritmo a utilizar. Fazendo uma analogia com um sistema de controlo, observa-se que é neste ponto que se

inclui o “ganho de realimentação”, ou seja, é este o bloco que pode ou não provocar instabilidades, correspondendo no nosso caso à convergência ou divergência do algoritmo.

Tendo este passo um peso redobrado, torna-se evidente a importância de um estudo atento das diversas técnicas para o implementar. As subsecções seguintes levantarão o véu de algumas técnicas mais utilizadas para o seu correcto funcionamento.

C.1.1 Métodos de Optimização

Esta primeira aproximação ao problema baseia-se no conhecido método de optimização, encontrado na maioria das bibliotecas matemáticas, dos simuladores e compiladores comerciais.

O método consiste na formulação e subsequente minimização de uma função de erro, $\epsilon(v)$. Por exemplo, se $\epsilon(v) = \|F(v)F^*(v)\|$, ela não é mais do que a minimização do erro quadrático.

O problema deste método é a sua reduzida velocidade e problemas de convergência [9], quando é necessário otimizar um grande número de variáveis. Além disso, a construção da função de erro $\epsilon(v)$, elimina muita da informação individual de cada variável a otimizar, pois o erro baseia-se na norma de um valor quadrático.

Este tipo de método torna-se assim aplicável apenas a problemas relativamente simples.

C.1.2 Métodos de *Splitting* e ou de Relaxação

Este método [5,9,10] baseia-se no algoritmo iterativo seguinte: Primeiro calcula-se uma estimativa, $V_i(\omega)$, para a tensão $V(\omega)$. Esse valor, $V_i(\omega)$, é utilizado para o cálculo da corrente não linear. A corrente linear toma o valor da corrente não linear e com esse valor calcula-se um novo valor para a tensão, $V_{\text{novo}}(\omega)$, através do circuito linear.

Utilizando esta nova tensão $V_{\text{nov}}(\omega)$ e a anterior $V_i(\omega)$ calcula-se uma nova estimativa para $V_{i+1}(\omega)$, que está geometricamente colocada entre $V_i(\omega)$ e $V_{\text{nov}}(\omega)$:

$$V_{i+1}(\omega) = sV_{\text{nov}}(\omega) + (1-s)V_i(\omega),$$

O processo repete-se usando agora como tensão estimada o valor calculado $V_{i+1}(\omega)$. Ao valor s chama-se coeficiente de partição (*splitting*), e o seu valor está compreendido entre zero e um, $0 \leq s \leq 1$.

Uma questão importante é saber qual o valor de s a utilizar. O valor de $s=1$ é normalmente causa de instabilidade, enquanto que para $s=0$ o algoritmo não tem novas estimativas e não sai do valor inicial. Um bom valor de s é 0.2, visto dar bons resultados como referido por *Maas* em [9].

De modo a obter um s óptimo, *Haywood* [24] utiliza uma técnica para a sua optimização e assim conseguir melhores resultados. A sua técnica baseia-se no uso de três valores de partição, $s=0$, $s=0.5$ e $s=1$, e utilizando a seguir um algoritmo adequado, calcula o valor de s que minimiza a função de erro.

A maior vantagem deste algoritmo é a sua simplicidade. As desvantagens são, basicamente, a sua fraca estabilidade e o largo número de iterações necessárias para a convergência.

Além disso, a sua eficácia é bastante dependente da escolha da condição inicial e do valor do coeficiente de partição.

C.1.3 Método de Reflexão

Outro algoritmo tipo *splitting* é o método de reflexão [5,9,13], que se baseia nas reflexões múltiplas numa linha de transmissão. Considere-se o circuito da Fig. 3.

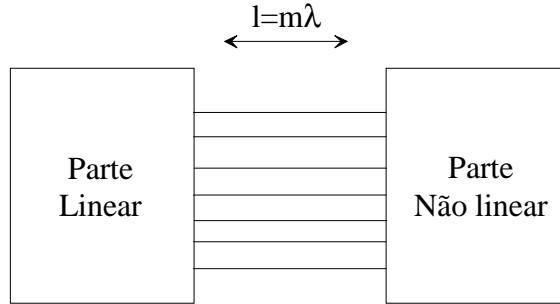


Fig. 3- Método de reflexões múltiplas.

Quando se liga o circuito, existe uma “onda”, $V_i^o(t)$, que começa a propagar-se do lado linear do circuito para o lado não linear. Quando essa “onda” chega ao lado não linear, é reflectida com valor $V_r^o(t) = V_i^o(t) - Z_0 I_{NL}(t)$, com Z_0 a impedância característica da linha e $I_{NL}(t)$ a corrente não linear. Na iteração seguinte a nova “onda” incidente tem o valor

$$V_i^1(t) = V_i^o(t) + \frac{1}{2} \sum_{k=-K}^K \Gamma(k\omega_p) V_r^o(k\omega_p) e^{jk\omega_p t}, \text{ com } \Gamma(k\omega_p) = \frac{Z_i(k\omega_p) - Z_0}{Z_i(k\omega_p) + Z_0},$$

o coeficiente de reflexão e Z_i a impedância do porto linear à frequência $k\omega_p$ considerada. O algoritmo termina quando se atinge o regime estacionário, ou seja o valor da “onda” reflectida é bastante pequeno.

As maiores dificuldades deste método [9] têm a ver com a escolha da impedância característica dos portos lineares, pois a convergência deste algoritmo pode ser afectada de alguma maneira por essa escolha. Outro tipo de problema prende-se com a impedância a DC, que, para a maioria dos circuitos é nula, e, desse modo, o coeficiente de reflexão a DC é de -1 . Portanto, a “onda” reflectida muda de polaridade por cada iteração, tornando bastante difícil a sua convergência para a solução, podendo inclusivamente instabilizar o algoritmo. Uma forma de resolver este problema é utilizar como impedância DC o valor igual ao da linha, $\Gamma(\text{DC})=0$. Sendo a convergência acelerada, fica-se no entanto, com um

problema de *offset* na tensão DC nessa porta. Este método raramente é utilizado na literatura mais recente.

C.1.4 Métodos de Continuação

Neste método [5,23] o problema é substituído por outro em tudo semelhante ao anterior mas tal que $F(V(\omega), \rho) = 0$, onde a função de erro $F(V(\omega), \rho)$ é continuamente dependente de ρ .

O objectivo é assim calcular a resposta do circuito a uma excitação $X(\omega)$, iniciando-se o processo com um valor de excitação inicial $X_0(\omega) = \rho X(\omega)$ em que ρ é tão pequeno quanto necessário para se obter uma resposta conhecida, tal que $F(V_0(\omega)) \leq \epsilon$. Na continuação incrementa-se o valor de ρ , considerando $V_0(\omega)$ a condição inicial e por um método iterativo vai-se construindo a solução pretendida $F(V(\omega))$, utilizando para o efeito soluções intermédias, tal que $X^{\text{fim}}(\omega) = X(\omega)$. Cada solução intermédia é bastante bem condicionada, pois o tamanho do passo pode ser tão pequeno quanto se pretender.

Em princípio, o método de continuação garante que se uma solução existir, ela pode ser sempre obtida de outra já determinada, uma vez que se pode reduzir o passo à quantidade pretendida, desde que obviamente o passo seja superior à resolução mínima do computador. Um inconveniente óbvio deste método é que podem existir sistemas não lineares que tenham de completar um número muito elevado de passos até atingirem a solução final. Esta técnica é normalmente associada a outras para aumentar o seu domínio de convergência.

C.1.5 Método de *Newton*

Este método [9] baseia-se no conhecido método de *Newton*, ou das tangentes, ou ainda *Newton-Raphson*, para a solução de equações algébricas do tipo $f_{NL}(x) = 0$ [25].

Utilizando a informação do gradiente, ou seja, informação da primeira derivada da função $F(V(\omega))$, calcula-se uma nova estimativa do vector $V(\omega)$ e através de um processo iterativo espera-se que convirja para a solução final.

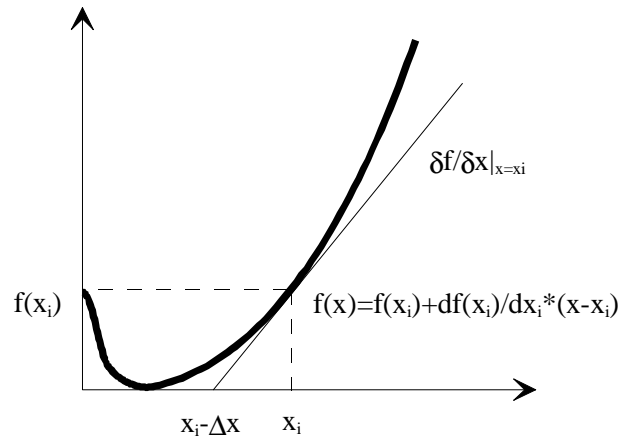


Fig. 4- Aplicação do método de *Newton*.

Exemplificando para uma função unidimensional, Fig.4, obtém-se partindo duma primeira estimativa x_i :

$$(0 - f(x_i)) = m(x_{i+1} - x_i) \quad (1)$$

com m o declive no ponto x , $m = \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=x_i}$, pelo que:

$$\begin{aligned} f(x_i) + \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=x_i} \Delta x = 0 &\Rightarrow \Delta x = x_{i+1} - x_i = -f(x_i) \left(\left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=x_i} \right)^{-1} \\ \Rightarrow x_{i+1} &= x_i - f(x_i) \left(\left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=x_i} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (2)$$

e por um processo iterativo diversos valores de x_{i+1} são calculados, atingindo o erro nulo esperado no zero da função.

No caso do Balanço Harmónico, o problema passa a ser I-dimensional, em que I é o

$$\text{número de incógnitas a calcular: } F(V^i) + \left. \frac{\partial F(V)}{\partial V} \right|_{V=V^i} \Delta V = 0 \quad (3)$$

onde $\frac{\partial F(V)}{\partial V}$, é chamada matriz *Jacobiana*. Obt m-se assim:

$$\Delta V = V^{i+1} - V^i \Rightarrow V^{i+1} = V^i - \left[\frac{\partial F(V)}{\partial V} \Big|_{V=V^i} \right]^{-1} F(V^i) \quad (4)$$

O maior problema deste método é a constru o da matriz *Jacobiana* $\frac{\partial F(V)}{\partial V}$ e a sua inversão. Isso é devido ao tempo despendido nesta análise ser bastante longo [9,26] e necessitar de bastante memória para se armazenar a informa o da *Jacobiana* no caso de I incógnitas.

As vantagens do método de *Newton* baseiam-se na rápida convergência do algoritmo de HB, sendo possível a convergência apenas com uma única itera o no caso do circuito ser linear.

Uma maneira de incrementar a velocidade deste algoritmo, é considerar a matriz *Jacobiana* constante durante várias itera es. O número de itera es em que a matriz pode ser considerada constante tem a ver com o erro $F(V(\omega))$. Ou seja, se o erro $F(V(\omega))$ diminui de itera o para itera o a *Jacobiana* mant m-se, de outro modo calcula-se a nova *Jacobiana* no ponto estimado. Apesar do número de itera es normalmente aumentar, o facto de não se necessitar de inverter a *Jacobiana* por cada itera o, aumenta a velocidade total do algoritmo.

Outra hipótese é efectuar apenas o cálculo dos elementos centrais da matriz, preterindo os do canto superior direito e do canto inferior esquerdo. Esta técnica só deve ser aplicada quando as não linearidades são fracas, pois parte-se do princípio de que as harm nicas de mais alta ordem têm pouca influência para o resultado final do sistema. Pode-se chegar ao extremo de calcular apenas a diagonal da *Jacobiana* por itera o no caso linear.

Apesar deste sistema ter boas condi es de convergência, pode mesmo assim não convergir ou até mesmo divergir para não linearidades fortes. Neste caso costuma-se utilizar um método misto de *Newton* e continua o [12,26], de modo a estender o domínio de convergência.

O método de *Newton*, é o mais utilizado pelos vários autores para a resolução do algoritmo de Balanço Harmónico [8], para além de, associado a um método de continuação, constituir a técnica universalmente aplicada em todos os simuladores comerciais.

C.1.6 Considerações

Como conclusão desta secção pode-se dizer que, se o objectivo é analisar um circuito “pouco” não linear e se se pretende um algoritmo bastante simples o método de *splitting* é o mais adequado. Se a não linearidade é mais forte e este método começa a diminuir o seu domínio de convergência, então a aplicação do método de *Newton* é recomendado. Além de que é o único que permite analisar simultaneamente circuitos lineares e não lineares. Mesmo assim, poderão existir casos em que este método não convirja. Nessa situação, o mais adequado será a aplicação de um método de continuação associado ao método de *Newton*, minimizando assim, a probabilidade de não convergência.

O método de optimização deve apenas ser utilizado em casos muito simples, em que se sabe que o algoritmo convergirá rapidamente. Já o método de reflexão é adequado para circuitos nos quais seja possível o cálculo das impedâncias dos diferentes portos a diferentes frequências.

Deste modo, pode-se dizer que o estado da arte em métodos de iteração, para HB, é o método misto de *Newton* e continuação [26].

C.2 *Balanço Harmónico (HB) Aplicado a Sinais Multi-portadora.*

Referindo agora o 4º passo da Fig. 2, constata-se que o objectivo deste bloco não é mais do que realizar uma mudança do domínio espectral para o domínio temporal e vice-versa.

Naturalmente a ideia que ocorre de imediato é a utilização da transformada de *Fourier*ⁱⁱⁱ. A DFT pode ser aplicada a casos em que a excitação é sinusoidal, ou em que se consegue descrever a excitação por um número finito de amostras, tais que os problemas de *aliasing* ou *spectral leakage* não sejam importantes. No caso de frequências não comensuráveis, o uso automático da DFT/FFT só degradará o resultado da simulação, podendo inclusive fazer com que a técnica do Balanço Harmónico seja totalmente inútil.

Sendo assim, vários autores [14-21] dedicaram o seu estudo ao desenvolvimento de novas ferramentas para realizar a mudança de domínios. Nas subsecções seguintes estas ferramentas serão sumariamente descritas.

C.2.1 Técnicas de Cálculo dos Coeficientes de *Fourier* para Sinais Quase Periódicos ou de Período Muito Longo.

Entenda-se por “*quase periódico*” um sinal que não se repete no tempo, mas apresenta uma certa periodicidade numa janela de tempo bem definida^{iv}. Não é assim possível calcular uma frequência base, de modo que todas as frequências do circuito sejam múltiplas dessa.

Para exemplificar este facto, considere-se um sinal de excitação $x(t) = \sum_k A_k e^{j\omega_k t}$ tal que $\omega_k = k\omega_1$, em que ω_k são as frequências do espectro de saída e ω_1 é uma frequência raiz do sinal de entrada. Se k for inteiro, este sinal é periódico com período ω_1 . Se k for racional da forma, $\frac{p_k}{q_k}$, é ainda periódico, mas a frequência fundamental será agora ω_1 dividida pelo mínimo múltiplo comum de todos os q_k . Finalmente, se houver pelo menos um k irracional, o sinal não será periódico, dizendo-se, neste caso, “*quase periódico*”.

ⁱⁱⁱ Neste caso, e devido a se utilizar uma máquina de estados finitos, a transformada discreta de *Fourier* (DFT) ou um dos seus mais famosos algoritmos, a transformada rápida de *Fourier* discreta (FFT).

^{iv} Define-se o sinal $x(t)$ como quase periódico se para qualquer $\delta > 0$ existir um conjunto relativamente denso de reais τ , tais que $\sup_t |x(t + \tau) - x(t)| < \delta$.

Define-se assim 2 tipos de “frequências”:

- frequências comensuráveis - aquelas que têm uma relação racional entre si, $\frac{\omega_1}{\omega_2} = a_c \in \mathbb{Q}$. Dentro deste tipo, existem ainda as harmonicamente relacionadas, quando $a_c \in \mathbb{Z}$, e as não harmonicamente relacionadas, quando $a_c \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$. Em ambos os casos o sinal é periódico, sendo possível encontrar um período comum.
- frequências não comensuráveis - são aquelas em que a relação entre frequências, $\frac{\omega_1}{\omega_2} = a_{nc} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, sendo a_{nc} um número irracional. Neste caso é impossível definir um período para o sinal que envolva ambas as frequências.

Como se sabe, para calcular o espectro de um sinal periódico pode-se sempre utilizar a DFT, realizando uma amostragem do sinal ao dobro da frequência máxima presente,

$T_a = \frac{1}{2f_{\max}}$ e durante pelo menos um período. Desse modo, o número de pontos escolhido

será $P = \frac{T}{T_a}$ em que T representa o período do sinal. Portanto se as frequências forem

comensuráveis, a DFT pode-se aplicar, em princípio, para o cálculo do espectro do sinal.

No caso das frequências serem não comensuráveis, a DFT não se pode aplicar, devido aos erros introduzidos quando se pretende escolher um período para análise, pois não se pode definir um período que englobe todas as frequências existentes. Desse modo, para ser calculado o espectro do sinal, convém utilizar uma técnica alternativa.

Dos trabalhos estudados, existem três métodos para a resolução do problema, que podem ser divididos em:

- Transformada de *Fourier* Quase Periódica (APFT) [14,15,17-19],
- Filtragem com controlo de *aliasing* [16,19],
- DFT's Multidimensionais [20,21,27],

C.2.1.1 Transformada de *Fourier* Quase Periódica (APFT)

Considere-se os coeficientes de uma série de *Fourier* generalizada [14]:

$$y(t) = f(x(t)) = a_0 + \sum_{k=-\infty}^{\infty} [a_{2k-1} \cos(\omega_k t) + a_{2k} \sin(\omega_k t)], \text{ com } \omega_k = m_1 \omega_1 + \dots + m_d \omega_d.$$

Chama-se a esta série de *Fourier* generalizada, porque os seus termos não são harmonicamente relacionados, ao contrário do que   vulgar na série de *Fourier*. Como   impossível contabilizar todos os termos da série, ela deverá ser truncada, por exemplo a **M** termos. Obt m-se assim:

$$y_N(t) = f(x(t)) = a_0 + \sum_{k=1}^M [a_{2k-1} \cos(\omega_k t) + a_{2k} \sin(\omega_k t)] \quad (5)$$

M deve calcular-se por forma a que termos da série de *Fourier* generalizada superiores a **M** não tenham influência para o resultado final. De acordo com *Chua*, *Ushida* [14-15] e *Kundert* [17], **M** pode ser calculado baseando-se em:

$a_k \triangleq \sqrt{\|a_{2k-1}\|^2 + \|a_{2k}\|^2} \cong 0 \quad \forall \quad k \geq M$, esta expressão quantifica a importância de considerar coeficientes superiores de *Fourier*, deste modo existem duas hipóteses propostas para a truncatura do espectro.

A primeira hipótese, denominada cúbica, impõe **M** de modo a obter uma constela o de frequências como na Fig. 5, e $\omega_k = k_1 \omega_1 + k_2 \omega_2 + \dots + k_n \omega_n$, **M** será tal que $|k_j| \leq H$, com **H** o número de harm nicas a considerar a cada frequência base, $\omega_1 \dots \omega_n$. Deste modo $M = 1/2((2H + 1)^n + 1)$ com **n** o número de excita es de entrada.

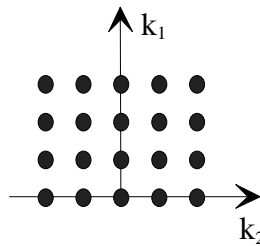


Fig. 5 - Método cúbico de truncatura do espectro, quando este depende de duas frequências base.

Outra hipótese, a qual se denomina de “diamante”, tem uma constelação como na Fig. 6. **M**

será neste caso tal que, $\sum_{j=1}^n |k_j| \leq H$ e $M \cong 2^{n-1} \frac{H^n}{n!}$.

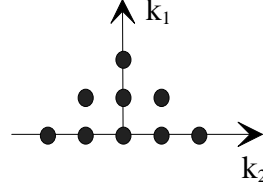


Fig. 6 - Método de truncatura de um espectro de duas frequências base em diamante.

Escolhendo o valor de **M**, constroí-se com a expressão (5) uma matriz, do tipo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 1 & 0 \\ 1 & \cos(\omega_1 \Delta t) & \sin(\omega_1 \Delta t) & \cdot & \cdot & \cos(\omega_M \Delta t) & \sin(\omega_M \Delta t) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cos(S\omega_1 \Delta t) & \sin(S\omega_1 \Delta t) & \cdot & \cdot & \cos(S\omega_M \Delta t) & \sin(S\omega_M \Delta t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{2M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_N(0) \\ y_N(\Delta t) \\ \cdot \\ \cdot \\ y_N(S\Delta t) \end{bmatrix} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \mathbf{T}\mathbf{a}=\mathbf{y}_N \quad (6)$$

Na referência [14-15] está explícita uma forma de cálculo deste sistema. Note-se que o que se pretende calcular é o valor de $(a_0..a_{2M})$, conhecendo a base de frequências $\omega_1.. \omega_M$, o número **M** de frequências consideradas, o número **S** de amostras temporais e o seu valor, $y(t)\delta(t-kT_a)$.

Chua e Ushida [14-15] propõem uma técnica de cálculo desta expressão obtendo, $\mathbf{a} \approx (\mathbf{T}^T \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{y}_N(\mathbf{S})$, com **T** e **y** definidas anteriormente. Na expressão anterior não se calcula **a** apenas por $\mathbf{a} \approx \mathbf{T}^{-1} \mathbf{y}_N(\mathbf{S})$, pois no caso de $S \neq 2M+1$ a matriz **T** não é quadrada.

Já *Kundert* [17], utiliza apenas a inversão da matriz **T**, visto considerar $\mathbf{S}=2\mathbf{M}+1$.

Quanto à escolha do período de amostragem, Δt , e do número de amostras, **S**, *Chua e Ushida* [14-15] resolvem o problema de forma empírica, ao referirem que :

$\frac{7T_{\min}}{50} < \Delta t < \frac{11T_{\min}}{50}$, e $(2M+1) < S < 2(2M+1)$, com T_{\min} o período mais longo das frequências existentes. Referem ainda que $\Delta t \neq \frac{2k\pi}{|\omega_i \pm \omega_j|}$, de modo a que a matriz $\mathbf{T}^T \mathbf{T}$ não se torne singular ($\det[\mathbf{T}^T \mathbf{T}] \neq 0$).

Segundo *Zhang* [18] esta técnica pode ser melhorada, desde que o número de pontos escolhidos para construção da matriz seja superior ao mínimo possível, $S > 2M-1$. A técnica por si aplicada é em tudo semelhante à de *Kundert* excepto no número de linhas, S , determinadas para a matriz.

Dentro da ideia de que a APFT é tanto melhor quanto melhor for o número condicionante da matriz, *Ngoya e Obregon* [19] propõem uma técnica diferente dos autores anteriores para ser feita a sua ortogonalização. Os resultados obtidos por estes últimos são bastante melhores do que os atingidos anteriormente. O número de pontos utilizados para o cálculo da matriz \mathbf{T} é o menor possível, tornando esta técnica uma das melhores, entre as APFT.

C.2.1.2 Filtragem com Controlo de *Aliasing*

Tendo ainda para resolver o passo 4 da Fig.2, outros autores enveredaram por outras teorias que o poderiam solucionar. *Gilmore* [16] propõe uma técnica baseada na amostragem realizada pelos analisadores de espectros comerciais. *Ngoya* [19] utiliza a filtragem analógica e/ou digital para resolver o mesmo problema.

Ambos os autores pretendem assim contabilizar o *aliasing* produzido, e utilizar frequências de amostragem bastante inferiores às normalmente utilizadas pela DFT ou APFT. Apresentam-se a seguir as bases destas técnicas.

Algoritmo de Amostragem Passa Banda

Gilmore [16] é o autor deste método, que consiste em sub-amostrar o sinal a estudar. Para esse efeito, multiplica-o por uma sinusóide de modo a transladá-lo para a banda base. Consegue assim calcular os coeficientes de *Fourier* com uma frequência de amostragem muito reduzida.

De acordo com a frequência do sinal a multiplicar, pode-se transladar o espectro de modo a criar vários arranjos de banda base, Fig. 7.

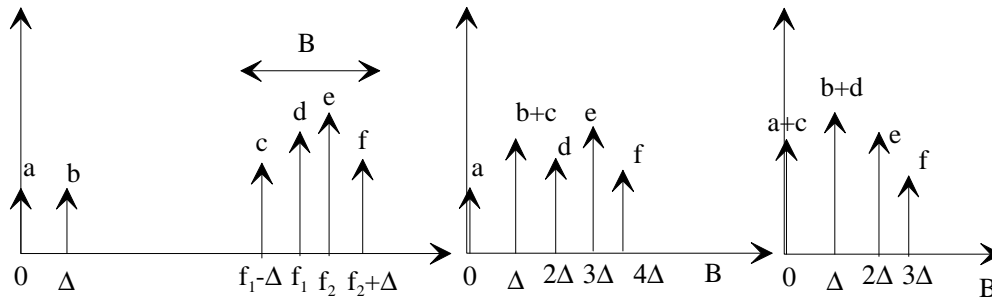


Fig. 7 - Espectro original a) ; 1ª transladação b) e 2ª transladação c).

O espectro é assim translado, tantas vezes quantas o número de coeficientes, construindo-se um sistema de coeficientes de *Fourier*. A resolução deste sistema é a determinação desses coeficientes.

O maior problema deste algoritmo prende-se com a ordem da não linearidade, ou se o número de frequências aumentar consideravelmente. Nesse caso o algoritmo deixa de ser eficaz, devido à quantidade de incógnitas a calcular. Para sinais nos quais a não linearidade é fraca e o número de frequências de excitação pequeno, a eficácia deste algoritmo, comparando com a DFT ou FFT normal, é bastante elevada.

Estimação da DFT Via Balanceamento de Filtros

Ngoya [19] apresenta outro algoritmo que se baseia na translação do espectro. Considere-se o circuito da Fig. 8.

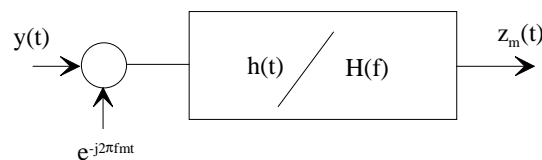


Fig. 8 - Translação do espectro seguida de filtragem.

Por observação da Fig.8, retira-se que : $Z_m(t) = \sum_{n=-N}^N h(n)y\left(t - \frac{n}{F_s}\right) e^{-j2\pi f_0\left(t - \frac{n}{F_s}\right)}$, com F_s a frequência de amostragem. Substituindo $y(t)$ pela sua expansão em coeficientes de *Fourier*, obt m-se: $Z_m(t) = \sum_{k=-N}^N Y_K H(f_k - f_0) e^{-j2\pi(f_k - f_0)t}$. (7)

Comparando as duas expressões, conclui-se que $HY \cong hy \Rightarrow Y \cong H^{-1}hy$. Como já se viu no cálculo da APFT, o sistema anterior apenas terá solução se H for bem condicionada.

A situação óptima seria o caso de H constituir uma matriz diagonal unitária, pois a sua inversão seria imediata. O algoritmo de *Ngoya* baseia-se na hipótese de tornar a matriz H unitária. Para o efeito, considera dois tipos diferentes de espectros:

- Espectro Regular - aquele em que $f_k = i_k F_c + n_k \Delta f$, com i_k o valor da harm nica e n_k o número de tons   volta dessa mesma harm nica.
- Espectro não Regular - aquele em que $f_k = i_k F_c + \delta f_k$ com $\delta f_k \leq B/2$ e B a largura de banda do sinal.

O objectivo é conseguir para cada um destes espectros que os elementos da matriz H fora da diagonal sejam nulos. Desse modo, $H(f_i \pm f_j) = 0$, excepto quando $f_i \pm f_j = 0$, que não são mais que as frequências correspondentes   diagonal da matriz H .

Consegue assim calcular eficientemente o valor dos coeficientes de *Fourier*.

C.2.1.3DFT's Multidimensionais

Para terminar a vasta lista de algoritmos possíveis para a resolução do passo 4 da Fig. 2, outro algoritmo baseado no cálculo de transformadas de *Fourier* multidimensionais, NDFT, foi proposta por *Rizzoli* [20,27], e desenvolvida por *Steer* [21]. Esta técnica consiste no cálculo dos coeficientes de *Fourier* n dimensional. Por exemplo no caso da série bi-dimensional,   possível resolver uma DFT unidimensional num eixo de frequência, mantendo o outro fixo, tantas vezes quantas o número de amostras espectrais diferentes desse eixo.

Assim, se $\omega_k = k_1\omega_1 + \dots + k_n\omega_n$, então para o cálculo dos coeficientes de *Fourier*, será utilizada a seguinte fórmula [21]:

$$Y_{k,n} = \sum_{m_1=0}^{M_1-1} \dots \sum_{m_n=0}^{M_n-1} y_{m,n} e^{2j\pi \left(\frac{m_1}{M_1}k_1 + \dots + \frac{m_n}{M_n}k_n \right)}, \text{ com } \mathbf{n} \text{ o número de componentes espectrais de entrada.} \quad (8)$$

Deste modo, a maioria dos problemas inerentes à aplicação da APFT desaparecem, pois aqui M_1 e M_n são calculados por forma a que a DFT unidimensional é aplicada a um sinal de excitação único e periódico. O maior problema deste algoritmo, e talvez a razão porque poucos são os autores que o utilizam, é o grande tempo de CPU e a memória necessária para realizar a DFT nas diferentes dimensões. O número de pontos que têm de ser calculados por cada aplicação da DFT é assim $|M| = \prod_{i=1}^n |M_i|$, que cresce multiplicativamente com o número de excitações de entrada.

D. Balanço Espectral

Como se pôde constatar, a técnica do Balanço Harmónico resolveu problemas que existiam na técnica temporal, principalmente o problema das constantes de tempo associadas aos elementos armazenadores de energia, o problema de elementos lineares com descrição exclusiva no domínio espectral, etc. Mas continua a apresentar problemas quando se pretendem simular circuitos não lineares com excitações de entrada constituídas por mais do que um tom sinusoidal.

Apesar de se proporem técnicas como a APFT, controlo de *aliasing* e NDFT, todas elas se tornam ineficazes para excitações de entrada com um número de tons elevado. Na prática, constata-se que para $\mathbf{n} > 3$ essas técnicas deixam de ser úteis.

Sendo assim, outras técnicas emergiram de modo a resolver esses problemas. A técnica do Balanço Espectral, SB, originalmente introduzida por *Steer* [28] e depois desenvolvida por

Haywood [24], Shao-Reng Chang [29-31] e Närhi [32-34], não é mais do que a técnica do Balanço Harmónico, anteriormente explicada, mas onde se prescinde do uso de algoritmos de transformação de espectro, devido a realizar todos os cálculos, tanto da parte linear como da parte não linear, no domínio espectral.

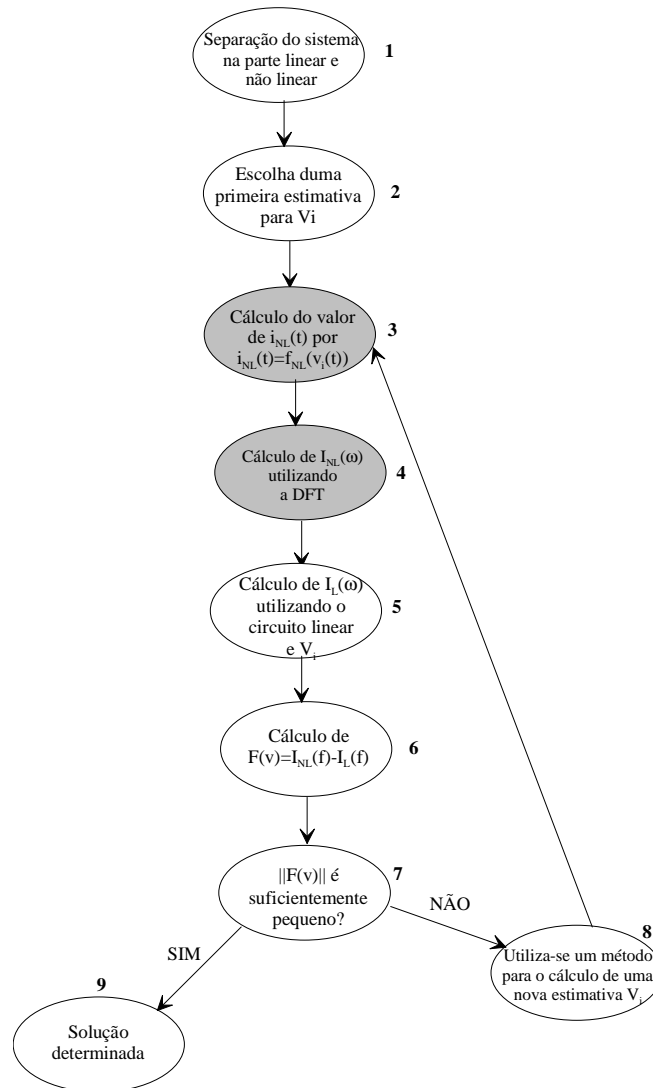


Fig. 9 - Fluxograma do algoritmo de Balanço Harmónico.

Considere-se de novo o diagrama de blocos da Fig.2, repetido na Fig. 9, para maior comodidade. No caso do Balanço Espectral, todos os passos do fluxograma, são válidos excepto aqueles a sombreado. O 4º passo deixa de existir e o 3º terá de sofrer algumas alterações, de modo a ser possível o cálculo da resposta não linear directamente de uma excitação de entrada representada no domínio espectral.

Este problema surge devido à complexidade do cálculo do espectro de saída, conhecendo apenas o espectro de entrada, quando o modelo não linear é uma função transcendente e não se baseia nas operações básicas conhecidas, (soma, subtração, multiplicação e divisão). Portanto um problema a resolver é o da aproximação da função não linear transcendente, por outra que seja possível de decompor nas 4 operações aritméticas básicas, simplificando assim o cálculo do espectro de saída.

Uma hipótese relativamente simples, é a de aproximar a função não linear por um polinómio.

Esta aproximação, apesar de relativamente simples, tem o inconveniente de apenas aproximar a função não linear num domínio de validade relativamente pequeno. Por isso, a obtenção de resultados fora desse domínio fica seriamente comprometida.

Para se compreender a razão da utilização de um polinómio em contraste com a de uma função mais complexa, considere-se a seguinte função $f_{NL}(x(t))=e^{x(t)}$.

Como $x(t)$ é um sinal que é decomposto em série de *Fourier*, então a resolução de $\mathfrak{I}(f_{NL}(x(t)))=\mathfrak{I}(e^{x(t)})^v$, é um problema bastante complexo, se não se usarem técnicas de conversão entre domínios. Por outro lado se se aproximar a função $f_{NL}(x(t))=e^{x(t)}$ por uma decomposição em série de potências, como por exemplo a série de *Taylor*, obter-se-à:

$$e^{x(t)} = f_{NL}(x_0) + \left. \frac{\partial e^{x(t)}}{\partial x} \right|_{x=x_0} (x(t) - x_0) + \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 e^{x(t)}}{\partial x^2} \right|_{x=x_0} (x(t) - x_0)^2 + \dots,$$

$$\Rightarrow \Delta y(t) = f_{NL}(x(t)) - f_{NL}(x_0) = e^{x_0} \Delta x(t) + \frac{1}{2} e^{x_0} \Delta x(t)^2 + \dots \quad (9)$$

Aplicando a esta expressão a transformada de *Fourier*, obtém-se:

^v $\mathfrak{I}(\cdot)$ é a transformada de *Fourier*.

$$\Delta Y = e^{x_0} \Delta X + \frac{1}{2} e^{x_0} \Delta X * \Delta X + \dots, \text{ com } e^{x_0} \text{ uma constante, } \Delta Y = \mathfrak{I}(\Delta y(t)), \Delta X = \mathfrak{I}(\Delta x(t)) \text{ e } *$$

a operação de convolução espectral. Torna-se assim possível calcular o espectro de saída da função não linear utilizando apenas convoluções espectrais.

O problema que persiste é o de saber até que ponto a aproximação da função   válida; não só a aproximação da função não linear, mas também a das suas derivadas. De modo a explicar este problema considere-se a Fig. 10.

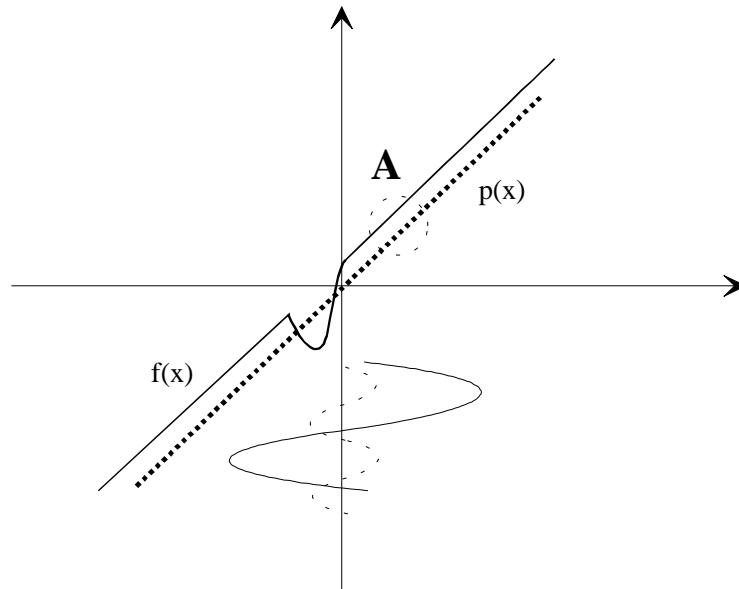


Fig. 10 - Característica não linear e função aproximadora.

Se a função a aproximar for $f(x)$ e a aproximadora for $p(x)$, obtida utilizando a informação da derivada no ponto de repouso **A**, então, como se v  pela Fig. 10, as derivadas de menor ordem são satisfeitas, mas as de maior ordem não.

O erro introduzido pela não aproximação das derivadas de maior ordem, pode ser compreendido da seguinte maneira:

Se o sinal de excitação for a sinusóide de traço contínuo na figura, então a resposta da aproximação, ou da função real, não terão muitas diferenças no sinal de saída, pois a particularidade de $f(x(t))$ perto da origem pouca influência terá no desempenho do sistema. Por outro lado, se o sinal de excitação for o sinal a tracejado, os erros no sinal de saída são consideráveis, visto neste caso e como se pode observar, a função $f(x(t))$

tem uma característica de resistência negativa, enquanto a aproximadora $p(x(t))$ tem uma característica de resistência “positiva”. Por tudo isto, a função aproximadora terá de aproximar, não só a função não linear, como também as suas diferentes derivadas, para ser possível a aplicação da técnica de simulação a grande e pequeno sinal.

Vários autores dedicaram o seu trabalho a este problema de aproximação [26,28,32-36].

Steer [28] propõe a aplicação da chamada série de potências generalizada, que não é mais do que uma série de potências, onde os seus termos são complexos, modelando assim possíveis atrasos temporais. *Steer* deriva ainda uma fórmula para obter o espectro deste tipo de aproximação. Em [36] generaliza ainda mais a sua função aproximadora, de modo a permitir que a função tenha duas variáveis de controlo.

Haywood e Chow [24] propõem a aplicação duma série de potências clássica.

Eijnde [26] desenvolve o cálculo dos coeficientes de *Fourier* para uma aproximação racional da função não linear, na qual $f(x(t)) = \frac{g(x(t))}{h(x(t))}$, sendo $g(x(t))$ e $h(x(t))$ séries de potências. Este tipo de aproximação tem um domínio de validade muito superior às aproximações anteriores, permitindo aproximar funções com características quase abruptas. Ao contrário das séries de potência normais, o facto de neste caso existir um factor no denominador $h(x(t))$, permite a aproximação de funções com pólos.

Närhi [32-34] assim como *Roos* [37] aproximam a função não linear usando polinómios de *Chebyshev*. Aumentam, assim, o domínio de validade da aproximação para o mesmo número de termos considerado.

No capítulo seguinte propõe-se uma aproximação muito mais robusta do que as anteriormente utilizadas.

Depois de se escolher uma função aproximadora, vários autores integram-na no Balanço Espectral [21,26,29,31-36,38-41].

Steer [38] aplica, pela primeira vez em 1985, a sua função aproximadora ao Balanço Espectral. Nesse artigo desenvolve o cálculo da *Jacobiana* quando a função aproximadora

é uma série de potências generalizada. O seu método de Balanço Harmónico baseia-se apenas na fórmula desenvolvida em [28], que não é mais do que a representação no domínio espectral das séries de potência generalizadas.

Haywood e Chow [24] não desenvolvem nenhuma fórmula para aplicar as séries de potência às não linearidades. Em vez disso realizam convoluções espectrais, por vezes redundantes.

Chao-Ren-Chang, Steer [29-31] e *Närhi* [32-34] desenvolveram uma quantidade de técnicas para o cálculo do espectro de diversas operações matemáticas básicas, ($y(t)=x(t).z(t)$, $y(t)=x(t)+z(t)$ e $y(t)=\frac{x(t)}{z(t)}$). Exemplificando, se se tiver $y(t)=x(t).z(t)$, com

$X=1/2[X_{\omega_k}...2X_0...X_{\omega_k}]$ e Z, Y definidos de maneira semelhante, então $Y = X \otimes Z$, com \otimes a operação matemática que permite a convolução espectral de uma maneira eficiente. Propõe assim um método ao qual chamam de *Arithmetic Operator Method*, AOM, (Método de Operação Aritmética) [29].

Neste caso, as convoluções espectrais são realizadas utilizando um mapeamento na frequência. Calculam-se assim, apenas as combinações espectrais que são úteis para definir o espectro da função, pois algumas são redundantes. Cria-se então uma matriz T_x , à qual se chama de matriz de transformação espectral, que é construída à custa do vector de frequências de saída e do mapeamento na frequência. O espectro de saída Y é assim calculado por, $Y=T_x Z$, com T_x a matriz previamente calculada e Z o espectro do sinal $z(t)$.

Consegue-se assim calcular o espectro de uma multiplicação de sinais $y(t)=x(t)z(t)$ por $Y=X \otimes Z \Rightarrow Y=T_x Z$ e de uma divisão de sinais $y(t)=\frac{z(t)}{x(t)}$ por $Y=T_x^{-1}Z$. (10)

É ainda possível calcular eficientemente as matrizes *Jacobianas* das diferentes operações aritméticas, utilizando estas operações matriciais. Pois se:

$$y(t) = x(t)^3 \Rightarrow \frac{\partial y(t)}{\partial x(t)} = 3x(t)^2 \Rightarrow DY = 3T_x X. \quad (11)$$

É intrínseco ao algoritmo apresentado para o cálculo da matriz de transformação, que a função não linear seja algébrica a DC, pois considera que o sinal, a DC, tem apenas parte real.

As vantagens do Balanço Espectral, comparando com as técnicas de análise anteriores, resumem-se ao facto de que a análise é completamente realizada na frequência. Não necessita, desse modo, de realizar uma passagem para o domínio temporal e evita *aliasings* temporais e espectrais.

Para além disso, o número de excitações de entrada não aumenta significativamente a complexidade do algoritmo, de maneira tão grave como afecta os métodos anteriores.

Aplicando a APFT [42] e o método de Balanço Espectral ao caso de um amplificador não linear, verifica-se que o APFT é equivalente ao Balanço Espectral para uma excitação de entrada sinusoidal, perdendo toda a sua eficácia para um número superior de tons. Nesse caso o Balanço Espectral é consideravelmente mais eficiente.

O inconveniente do Balanço Espectral reduz-se ao tipo de aproximação utilizada para aplicação da técnica, pois esta aproximação determina a sua eficácia. Todos os outros passos desta técnica são semelhantes ao Balanço Harmónico não necessitando comentários adicionais.

E. Técnica da Envolvente

Outra proposta para resolver os problemas do Balanço Harmónico é a técnica da Envolvente. Esta técnica proposta por *Howard* [43-45] e desenvolvida por *Ngoya* [46] e *Rizzoli* [47] consiste numa técnica híbrida de frequência e tempo.

A ideia baseia-se na análise de sinais modulados, nos quais a frequência do sinal modulante é bastante inferior à frequência da portadora. A melhor maneira de compreender o funcionamento desta técnica está descrita na Fig.11 retirada de [44].

Como se pode observar pela Fig. 11, o conceito desta técnica baseia-se na discretização do sinal de excitação utilizando uma frequência de amostragem relacionada com o sinal modulante. A seguir, utilizando a técnica do Balanço Harmónico, realiza-se uma simulação de um único tom sinusoidal, em que se considera que a amplitude desse tom é a amplitude da amostra previamente obtida pela discretização à frequência modulante.

Realizando esta simulação para todos os pontos discretizados obtém-se um sinal temporal, também discreto, alterado pela não linearidade. Desse modo, é possível realizar uma simulação não linear quando o sinal de entrada é constituído por um espectro denso numa pequena largura de banda relativa.

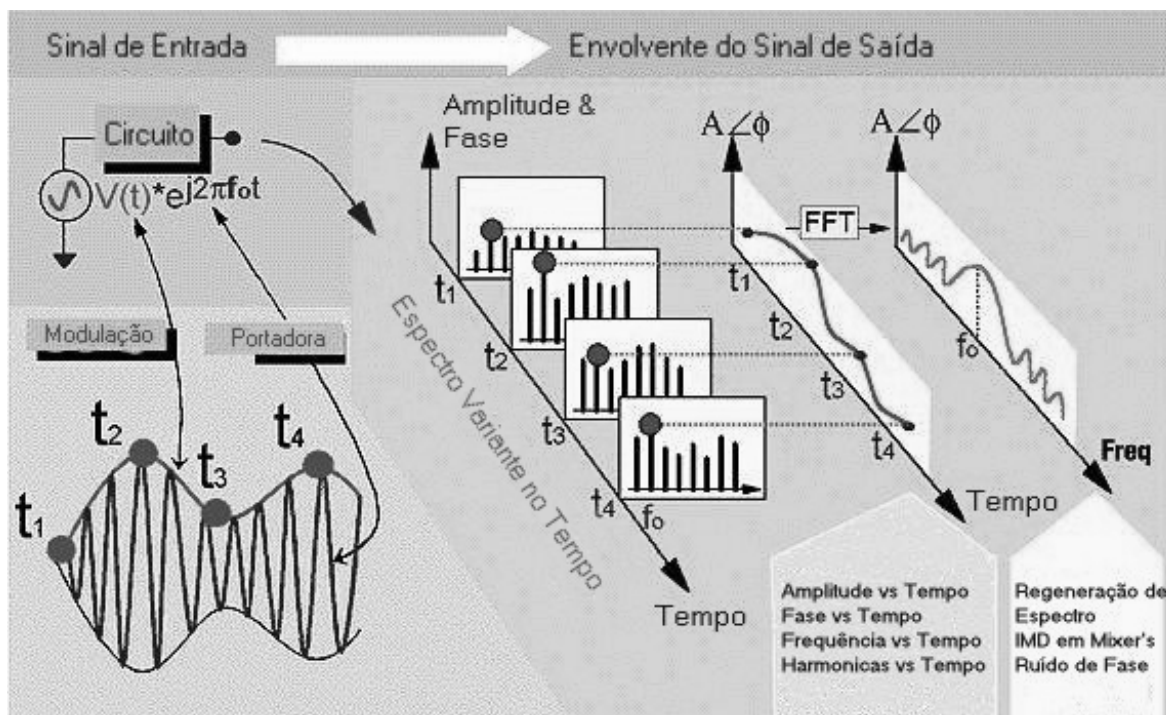


Fig. 11 - Técnica da envolvente, imagem retirada da ref. [44].

Por forma a compreender melhor o seu funcionamento, considere-se o seguinte sistema de equações do Balanço Harmónico:

$$\begin{cases} I_L(\omega) = V(\omega)Y(\omega) + I_S(\omega)A(\omega) \\ I_{NL}(\omega) = \mathcal{F}[f_{NL}(v(t))] \end{cases} \quad (12)$$

com $I_L(\omega)$ e $I_{NL}(\omega)$ as correntes linear e não linear no porto em análise; $V(\omega)$ a tensão nesse porto; $A(\omega)$ a matriz de ganho de corrente; $Y(\omega)$ os parâmetros Y da malha linear e $I_S(\omega)$ a excitação exterior ao circuito.

Considere-se agora que se pretende resolver este sistema utilizando a técnica da Envolvente, assumindo que a excitação é composta por uma portadora modulada em amplitude por um sinal complexo de frequência ω_s . As componentes do sinal de entrada serão, por isso, $\omega = \omega_p + \omega_s$, e a equação de HB pode rescrever-se como:

$$\begin{cases} I_L(\omega_p + \omega_s) = V(\omega_p + \omega_s)Y(\omega_p + \omega_s) + I_S(\omega_p + \omega_s)A(\omega_p + \omega_s) \\ I_{NL}(\omega_p + \omega_s) = \mathcal{F}[f_{NL}(v(t))] \end{cases} \quad (13)$$

Decompondo agora ω_p nas suas diversas harmónicas, obtém-se:

$$\begin{cases} I_L(\omega_{p-k} + \omega_s) = V(\omega_{p-k} + \omega_s)Y(\omega_{p-k} + \omega_s) + I_S(\omega_{p-k} + \omega_s)A(\omega_{p-k} + \omega_s) \\ \vdots \\ I_L(\omega_{p0} + \omega_s) = V(\omega_{p0} + \omega_s)Y(\omega_{p0} + \omega_s) + I_S(\omega_{p0} + \omega_s)A(\omega_{p0} + \omega_s) \\ \vdots \\ I_{NL}(\omega_p + \omega_s) = \mathcal{F}[f_{NL}(v(t))] \end{cases} \quad (14)$$

Concentremo-nos apenas no termo genérico, $I_L(\omega_{pj} + \omega_s)$. Se se decompuser $Y(\omega_{pj} + \omega_s)$ em torno de ω_{pj} , utilizando, por exemplo, a série de *Taylor*, obter-se-á:

$$Y(\omega_{pj} + \omega_s) = Y(\omega_{pj}) + \left. \frac{\partial Y(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_{pj}} \omega_s + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 Y(\omega)}{\partial \omega^2} \right|_{\omega=\omega_{pj}} \omega_s^2 + \dots \quad (15)$$

Realiza-se o mesmo procedimento para a outra matriz de ganhos de corrente, $A(\omega)$. Como $V(\omega)$ não é mais do que uma expansão em série de *Fourier* de $v(t)$ então:

$$v(t) = \sum_k \left(\sum_s V_{s,k} e^{j(\omega_k + \omega_s)t} \right) \quad (16)$$

Considerando no caso a estudar apenas ω_{pj} , tem-se:

$$v(\tau) = \sum_s e^{j\omega_s \tau} \text{ que não é mais do que o sinal modulante.}$$

Substituindo agora estas expressões no sistema de HB anterior, [13], obt m-se:

$$I_{L_j}(\tau) = Y(\omega_{p_j} + \omega_s) \sum_s V_{s,p_j} e^{j\omega_s \tau} + A(\omega_{p_j} + \omega_s) \sum_s I_{s,p_j} e^{j\omega_s \tau}; \text{ em que } I_{L_j}(\tau) \text{ é a variação da}$$

harm nica j no domínio temporal. Substituindo $Y(\omega)$ pela sua expansão em série de *Taylor* tem-se:

$$I_{L_j}(\tau) = Y(\omega_{p_j})v(\tau) + \frac{1}{j} \frac{\partial Y(\omega)}{\partial \omega} \bigg|_{\omega=\omega_{p_j}} \frac{\partial v(\tau)}{\partial \tau} + \dots + A(\omega_{p_j})i_l(\tau) + \frac{1}{j} \frac{\partial A(\omega)}{\partial \omega} \bigg|_{\omega=\omega_{p_j}} \frac{\partial i_l(\tau)}{\partial \tau} + \dots (17)$$

Neste caso o algoritmo de simulação é semelhante ao de HB. Atribui-se assim um valor inicial a $v(\tau)$ e resolve-se o sistema utilizando um processo iterativo até se obter $v(\tau_0)$. Quando $v(\tau_0)$ for obtido incrementa-se o valor de $\tau_i = \tau_1$ e resolve-se de novo o sistema para $v(\tau_1)$; e assim sucessivamente até se calcular toda a gama de τ 's pretendidos.

Escolhendo agora uma frequência, ω_k , desses espectros, podemos obter um sinal temporal que   variante no tempo, em fase e amplitude. Calculando a FFT desse sinal temporal obter-se-  o espectro da envolvente em torno da frequência ω_k .

Esta técnica permite calcular não só características da resposta estacionária do sistema a analisar, i.e. efeitos de alargamento de espectro, bem como a resposta transitória ao sinal modulante, como se pode observar pelas derivadas existentes na expressão (17).

Também pelo facto de se decompor os parâmetros Y , em série de *Taylor*, se compreende que a largura de banda do sinal modulante, deverá ser bastante inferior   do sistema. Essa diferença, esta relacionada com o grau de aproximação que se consegue com a série de *Taylor*.

E.1 Desvantagens desta Técnica

De modo a obter uma discretização da envolvente no domínio espectral, o sinal deverá ser per dico, constituído por sinais a frequências comensuráveis. Caso contrário, a FFT não

pode ser aplicada e ter-se-á de utilizar a técnica de APFT pelas razões anteriormente apresentadas.

Pela definição do método o sinal deverá ser, sempre, decomposto num sinal modulado, que se interpreta como uma envolvente a modular uma portadora. A frequência dessa portadora deverá ser muito superior à da envolvente.

No caso da frequência da envolvente ser próxima à da portadora, este método não pode ser aplicado. Desse modo, sistemas de grande largura de banda não podem ser analisados.

No estudo de intermodulação em amplificadores, sujeitos a 2 tons de entrada:

$$v_{in} = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t) = 2 \cos\left[\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right)t\right] \cos\left[\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)t\right], \text{ esse sinal pode ser}$$

representado por uma envolvente de frequência $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$, que modula uma portadora de

frequência $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ e o método pode ser aplicado sem problemas. Se o sinal for constituído por 3 sinusóides, então a simplificação para um sinal modulado já não é tão simples como no caso anterior.

E.2 Vantagens da Técnica

Quando os sinais de excitação cumprem as restrições já discutidas, então a técnica é mais eficiente do que a aplicação de técnicas completamente temporais, como o SPICE, ou técnicas híbridas, como o Balanço Harmónico clássico. Permite o estudo de transitórios ao sinal envolvente, bem como o estudo do alargamento do espectro em circuitos de banda estreita.

F. Séries de *Volterra*

As séries de *Volterra* [9,26,48] são, ao contrário das técnicas estudadas até este momento, uma técnica analítica. Ou seja, permitem obter formas fechadas para representar a resposta de um circuito não linear.

A aplicação de séries de *Volterra* pode ser realizada completamente no domínio espectral, e ao contrário das técnicas anteriores não é um processo iterativo, conseguindo-se obter expressões fechadas para a modelação de cada operador de *Volterra*.

Considere-se a resposta de um circuito linear, a teoria clássica dos sistemas lineares diz que: $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau$, onde $h(t)$ é a resposta impulsional e o integral representa a convolução do sinal de entrada com a resposta impulsional do circuito.

Wiener [48] alargou esta técnica ao aplicar as séries de *Volterra* a circuitos não lineares obtendo assim uma resposta da forma:

$$y_{NL}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau_1)x(t - \tau_1)d\tau_1 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_2(\tau_1, \tau_2)x(t - \tau_1)x(t - \tau_2)d\tau_1 d\tau_2 + \dots \quad (18)$$

À função $h_n(t_1, \dots, t_n)$ chama-se resposta impulsional de n 'ésima ordem, e a transformada de *Fourier* desta resposta impulsional, $H_n(\omega_1, \dots, \omega_n)$, é chamada de n 'ésima função de transferência não linear.

Considerando que a excitação é definida por $v(t) = \sum_{q=-Q}^Q V_{s,q} e^{j\omega_q t}$, então a resposta de um circuito não linear fica completamente definida pela aplicação à sua excitação das várias funções de transferência não lineares.

Utilizando a descrição dessas várias funções de transferência não lineares obtém-se:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \sum_{q_1=-Q}^Q \dots \sum_{q_n=-Q}^Q V_{s,q_1} \dots V_{s,q_n} H_n(\omega_{q_1}, \dots, \omega_{q_n}) e^{j(\omega_{q_1} + \dots + \omega_{q_n})t} \quad (19)$$

A aplicação desta técnica a um sistema não linear geral exige que as suas não linearidades sejam decompostas em série de *Taylor* em torno de um ponto de repouso. Por isso, esta técnica permite o estudo de pequenas perturbações do ponto de repouso, impondo um domínio de validade muito reduzido. Sendo assim, as séries de *Volterra* vêm-se confinadas a problemas em que a não linearidade é fraca, ou a excitação do sinal de entrada é pequena, fazendo com que o sistema possa ser considerado quase linear.

Para calcular os diferentes operadores não lineares duas técnicas básicas são propostas.

F.1 Método das Correntes Não Lineares

Considere-se o circuito da Fig. 12. O método das correntes não lineares [9,26] consiste em calcular a corrente não linear no circuito, transformando-o em sub-circuitos independentes, cada um correspondente a um operador não linear diferente.

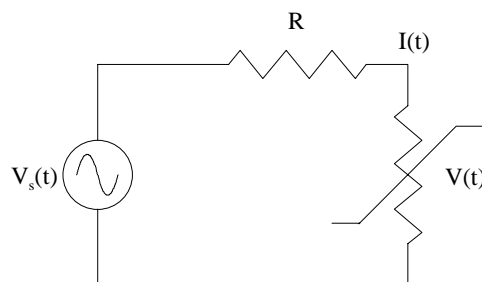


Fig. 12- Circuito não linear.

Considerando a corrente $I(t) = g_1 V(t) + g_2 V(t)^2 + \dots$, e a tensão $V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + \dots$, com $V_i(t)$ a tensão correspondente à ordem i , o circuito anterior pode ser decomposto em um equivalente, Fig. 13, por utilização do teorema da substituição [9].

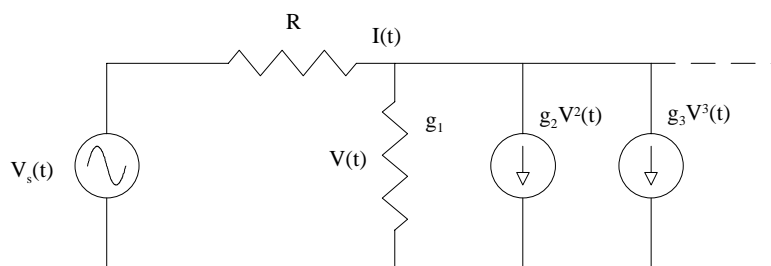


Fig. 13- Circuito equivalente por aplicação do teorema da substituição.

Se se limitar $V(t)$ até 3  ordem, 3  harm nica, teremos:

$$V(t)=V_1(t)+V_2(t)+V_3(t) \quad (20)$$

$$V^2(t)=V_1^2(t)+2V_1(t)V_2(t) \quad (21)$$

$$V^3(t)=V_1^3(t) \quad (22)$$

$V^2(t)$ tem apenas 2 termos pois está limitado   3  ordem,
por isso se $V_1(t)=e^{j\omega_1 t}$, $V_2(t)=e^{j2\omega_1 t}$ e $V_3(t)=e^{j3\omega_1 t}$, então:

$$V_1^2(t)=e^{2j\omega_1 t} \quad \rightarrow \text{inferior   3  ordem.} \quad (24)$$

$$V_1(t)V_2(t)=e^{3j\omega_1 t} \quad \rightarrow 3 \text{ordem.} \quad (25)$$

$$V_2^2(t)=e^{4j\omega_1 t} \quad \rightarrow \text{superior   3  ordem, não válido portanto.} \quad (26)$$

$$V_3^3(t)=e^{6j\omega_1 t} \quad \rightarrow \text{superior   3  ordem, não válido portanto.} \quad (27)$$

...

A técnica das correntes não lineares consiste em reagrupar o circuito da Fig.13 de acordo com a ordem de cada ramo, obtendo-se:

$$I(t)=I_{lin}(t)+I_2(t)+I_3(t), \quad (28)$$

$$\text{com } I_{lin}(t)=g_1 V(t)=g_1(V_1(t)+V_2(t)+V_3(t)), \quad (29)$$

$$I_2(t)=g_2 V_1^2(t) \text{ e} \quad (30)$$

$$I_3(t)=2g_2 V_1(t)V_2(t)+g_3 V_1^3(t), \quad (31)$$

e tendo como resultado o circuito da Fig. 14.

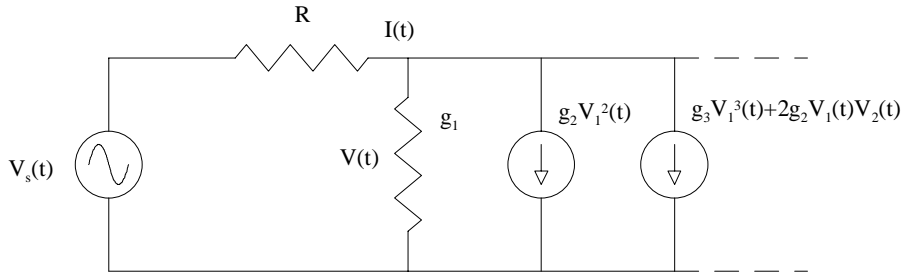


Fig. 14-Circuito para aplicação do método das correntes não lineares.

Resumindo, inicialmente realiza-se uma análise linear do circuito para calcular a parte linear $V_1(t)$. Calcula-se a seguir a corrente não linear de 2ª ordem utilizando $I_2(t)=g_2 V_1^2(t)$, com $V_1(t)$ calculado no ponto anterior, a seguir anula-se $V_s(t)$, pois só tem componentes de 1ª ordem, e com o valor de $I_2(t)$ calcula-se $V_2(t)$, utilizando para o efeito análise linear. Calcula-se de igual modo $I_3(t)$ utilizando $V_1(t)$ e $V_2(t)$, previamente calculados, e anulando $V_s(t)$ e $I_2(t)$, calcula-se $V_3(t)$. Deste modo pode-se calcular o valor de $V(t)=V_1(t)+V_2(t)+V_3(t)$.

Para se obterem os operadores não lineares de Volterra, considera-se que

$$v(t) = \sum_{q=-Q}^Q V_{s,q} e^{j\omega_q t} \text{ e por comparação das expressões (29), (30) e (31), com a expressão}$$

(19), obtêm-se os respectivos operadores.

F.2 Método das Harmônicas de Entrada ou Método de Probing.

Este método [9] é bastante semelhante ao utilizado para a determinação da função de transferência de um circuito linear, $H_1(\omega_1)$. Excita-se o circuito com um único tom de entrada e aproveita-se do sinal de saída, aquele que aparece à mesma frequência do de entrada.

Considerando uma função não linear, $y(t)=f_{NL}(x(t), \frac{\partial x(t)}{\partial t}, t)$, o cálculo de qualquer operador não linear, $H_n(\omega_1, \dots, \omega_n)$ é obtido por resolução da equação anterior, quando se substitui $x(t)=e^{j\omega_1 t} + \dots + e^{j\omega_n t}$ e $y_n(t)=H_n(\omega_1, \dots, \omega_n)e^{j(\omega_1 + \dots + \omega_n t)}$.

F.3 Conclusões

Tal como no método do Balanço Espectral, também aqui se decompõe a função não linear numa série de potências, série de *Taylor*. Pelas mesmas razões explicadas anteriormente, a série de *Volterra* terá um problema de domínio de convergência derivado do intervalo de validade da aproximação utilizada.

Se, por um lado, o aumento do número de termos da série melhora os resultados, por outro o aumento significativo de complexidade no desenvolvimento de operadores não lineares de mais alta ordem, superiores à 3ª, fazem com que a aplicação das séries de *Volterra* seja ineficiente para não linearidades que exijam este número de operadores.

Deste modo, e apesar de diversos autores utilizarem esta técnica [53-54], ela só é possível de aplicar a sinais de pequena amplitude e não linearidades fracas.

As vantagens desta técnica, podem resumir-se ao facto de fornecerem expressões em forma fechada e poderem ser aplicadas a qualquer número de excitações de entrada. O maior inconveniente é que não pode ser aplicada à excitação de sinal forte e não linearidades fortes, facto verificado quando o aumento de operadores não lineares é de tal ordem que o resíduo da série de *Taylor* não pode ser ignorado.

G. Análise Grande-Sinal Pequeno-Sinal

Apenas como referência, comentar-se-á aqui um método largamente utilizado na análise de misturadores, a técnica de Grande-Sinal Pequeno-Sinal, GSPS. Esta técnica permite a aplicação das séries de *Volterra* a sinais fracos, como excitação de um circuito não linear variante no tempo, variação essa imposta por outro sinal que é mais forte [9]. É utilizada normalmente para a análise de misturadores, em que se tem dois sinais de entrada, o de RF de pequena potência e o OL, oscilador local, de grande potência.

O método começa por aplicar apenas o sinal OL, sinal forte, ao sistema e através de uma técnica de Balanço Harmónico, SB, SPICE, etc, calcular o sinal de saída, $y_{OL}(t)$. Utilizando este ponto $y_{OL}(t)$, deriva-se a série de *Volterra* em seu torno, considerando a seguir o sinal de RF, sinal fraco, como uma pequena perturbação deste ponto de repouso. Constrói-se assim um sistema fracamente não linear variante no tempo, variação essa imposta pela solução do circuito à excitação do oscilador local e calculada por HB.

A técnica de GSPS permite o cálculo de um sistema fortemente não linear, como o caso de um misturador, quando excitado por um sinal fraco de RF e um sinal forte, OL. Ultrapassa-se assim um problema de sinal forte, associando as séries de *Volterra* à técnica de Balanço Harmónico.

H. Séries de *Volterra* Generalizadas

Eijnde [26,49-50] e *Kroezer* [51] generalizam o conceito de GSPS e propõem uma técnica à qual chamaram de séries de *Volterra* Generalizadas.

A técnica das séries de *Volterra* Generalizadas consiste basicamente numa série de *Volterra* variante no tempo. Considere-se um sistema fortemente não linear, no qual a aplicação das séries de *Volterra* clássica diverge. Segundo esta nova técnica se se reduzir a amplitude do sinal de entrada suficientemente, equivalente ao método de continuação, existirá um valor para o qual a série de *Volterra* começará a convergir. Neste caso, pode-se calcular um valor de sinal de saída para essa excitação de entrada.

Utilizando este valor de saída, derivado de uma entrada conhecida, calcula-se de novo a série de *Volterra*, mas em torno deste novo ponto determinado. Aumentando o sinal de entrada de um certo valor, calcula-se outro ponto, que é aquele até ao qual a série converge. Note-se que a série não está aproximada em torno do ponto inicial, x_0 , mas à volta de $x_0(t)$ um sinal variante no tempo e calculado do valor anterior.

O processo continua passo a passo, até se obter a resposta do sistema para o sinal $x(t)$ inicialmente pretendido.

A função não linear é aproximada por uma série de *Taylor* como anteriormente:

$$f_{NL}[x(t)] = f_{NL}(x_0) + \left. \frac{\partial f_{NL}(x(t))}{\partial x(t)} \right|_{x=x_0} [x(t) - x_0] + \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 f_{NL}(x(t))}{\partial x^2(t)} \right|_{x=x_0} [x(t) - x_0]^2 + \dots \quad (32)$$

só que agora e ao contrário da teoria clássica $x_0 = x_0(t)$, o ponto de repouso   variável no tempo.

$$\begin{aligned} f_{NL}[x(t)] = f_{NL}[x_0(t)] + \left. \frac{\partial f_{NL}(x(t))}{\partial x(t)} \right|_{x=x_0(t)} [x(t) - x_0(t)] + \\ + \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 f_{NL}(x(t))}{\partial x^2(t)} \right|_{x=x_0(t)} [x(t) - x_0(t)]^2 + \dots \end{aligned} \quad (33)$$

Esta particularidade provoca alguns problemas quando se pretende representar a não linearidade na frequência.

Para exemplificar esta afirmação, considere-se $f_{NL}[x(t)] = e^{x(t)}$. Aproximando $f_{NL}[x(t)]$   volta de $x_0(t)$, tem-se :

$$f_{NL}[x(t)] = e^{x_0(t)} + e^{x_0(t)} [x(t) - x_0(t)] + \frac{1}{2} e^{x_0(t)} [x(t) - x_0(t)]^2 + \dots \quad (34)$$

Como se pode observar, ao contrário da teoria clássica das séries de *Taylor*, agora os coeficientes $e^{x_0(t)}$, não são constantes no tempo e, desse modo, também eles admitem decomposição em série de *Taylor*. Portanto também eles deverão ser aproximados por um polin mio interpolador, para ser possível a sua representação no domínio espectral.

Sendo assim, a decomposição em série de *Taylor* envolve duas etapas de aproximação. Na Fig. 15 apresenta-se o fluxograma deste algoritmo.

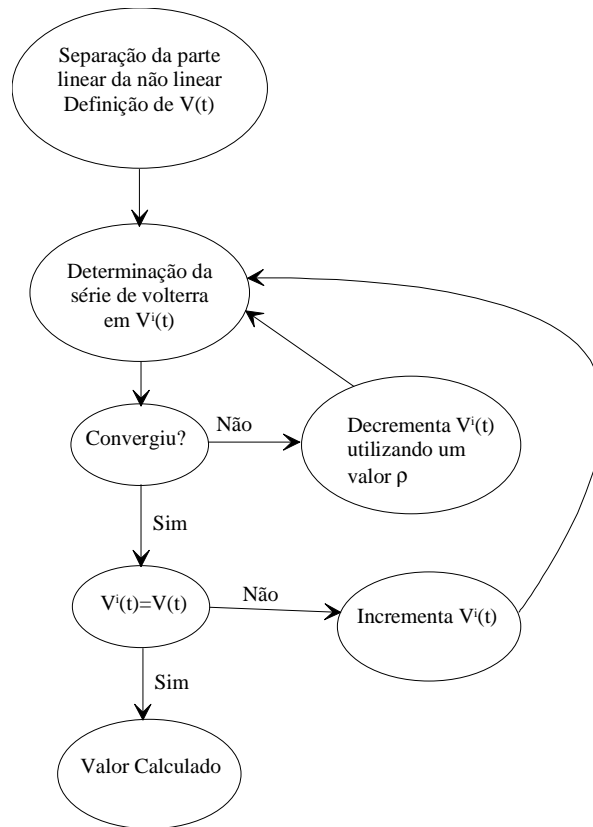


Fig. 15- Fluxograma do algoritmo de Séries de *Volterra* Generalizadas.

Esta técnica pode ainda ser vista como as séries de *Volterra* associadas à técnica do Balanço Harmónico baseado no algoritmo de *Newton-Raphson*, em que o algoritmo de iteração é um algoritmo de continuação. Deste modo, garante-se que esta série nunca divergirá, pois o passo pode ser tão pequeno quanto se necessite.

As séries de *Volterra* Generalizadas são assim mais robustas que a técnica de *HB-Newton*, devido a considerar-se, em cada ponto, não uma expansão de 1ª, mas de $l^{\text{ésima}}$ ordem.

Para exemplificar este facto considere-se o exemplo da Fig. 16.

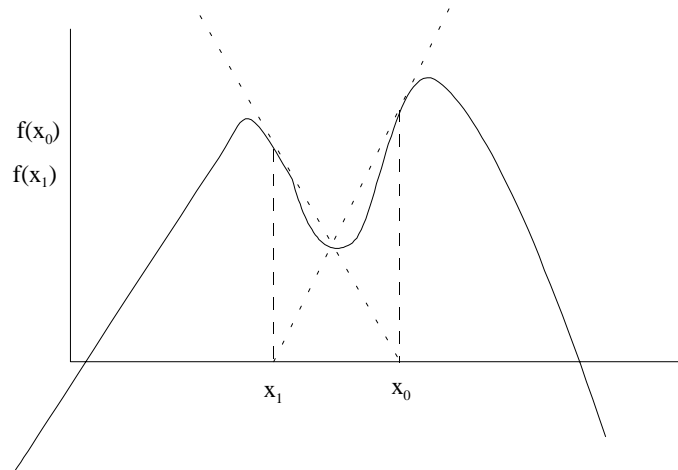


Fig. 16- Problemas da aplicação do método de *Newton*.

Se se pretender calcular um zero da função, partindo de uma estimativa em x_0 ou x_1 , o método de *Newton* será totalmente ineficaz. Com efeito, a estimativa x_0 resultará em x_1 na iteração seguinte, enquanto que esta resultará na primeira logo depois. É então claro que o algoritmo não convergirá, pois os diversos valores calculados, cairão sempre nas imediações do mínimo secundário.

Pelo facto das séries de *Volterra* Generalizadas utilizarem as séries de *Volterra* como algoritmo de iteração, conseguem melhorar o seu domínio de convergência. Isto porque, ao contrário do algoritmo de *Newton*, que apenas utiliza a informação da primeira derivada, as séries de *Volterra* utilizam a informação das derivadas de ordem superior.

Esta técnica, é assim mais robusta em termos de convergência do que as técnicas anteriormente propostas.

As desvantagens mais importantes são, por um lado, a sua obrigatoriedade de aproximar a função não linear por um aproximante, para poder trabalhar no domínio espectral, e, por outro, comparando com o Balanço Espectral, o maior número de operações que se tem de efectuar para calcular os diferentes espectros, aumentando o peso computacional.

I. Função Descritiva

Para finalizar este breve estudo de técnicas de análise não linear, refere-se nesta secção uma técnica pouco utilizada em circuitos não autónomos de RF, mas que teve e tem uma larga aplicação em sistemas não lineares e circuitos autónomos: a Função Descritiva [52].

A ideia subjacente a esta técnica consiste em escolher inicialmente uma excitação de entrada conhecida e calcular a saída de um sistema não linear a uma determinada frequência, utilizando para o efeito a série de *Fourier*. Os sistemas a analisar são normalmente de uma entrada e uma saída e podem ser descritos por uma função não linear da entrada: $y(t)=f_{NL}[V_1(t)]$, Fig.17.

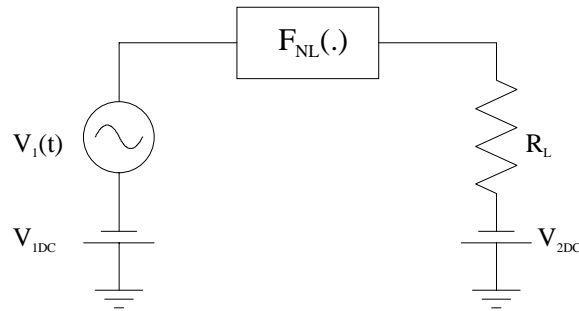


Fig. 17 - Sistema não linear.

Sendo assim, se $V_1(t)$ for uma sinusóide, então a Função Descritiva tem o nome de Função Descritiva Sinusoidal, sendo definida como [51]:

$$FD(A, \omega) = \frac{\text{Representação fasorial da saída à componente } \omega}{\text{Representação fasorial da entrada à componente } \omega} = \frac{j2}{AT} \int_0^T f_{NL} [A \sin(\omega t)] e^{-j\omega t} dt \quad (35)$$

onde o termo $\frac{j2}{AT} \int_0^T f_{NL} [A \sin(\omega t)] e^{-j\omega t} dt$, não é mais do que o primeiro termo da série de *Fourier* [52], correspondente ao fasor do sinal de saída à frequência ω .

No caso do sinal de excitação ser constituída por duas sinusóides, obtém-se a Função Descritiva de Duplo Tom, definida como [52]:

$$\begin{aligned}
 TSIDF_1(A, B) &= \frac{\text{Representação fasorial da saída   componente } \omega_1}{\text{Representação fasorial da entrada   componente } \omega_1} = \\
 &= \frac{j2}{AT_1T_2} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} \int_{-T_2/2}^{T_2/2} f_{NL} [A \text{sen}(\omega_1 t_1) + B \text{sen}(\omega_2 t_2)] e^{-j\omega_1 t_1} dt_1 dt_2
 \end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned}
 TSIDF_2(A, B) &= \frac{\text{Representação fasorial da saída   componente } \omega_2}{\text{Representação fasorial da entrada   componente } \omega_2} = \\
 &= \frac{j2}{BT_1T_2} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} \int_{-T_2/2}^{T_2/2} f_{NL} [A \text{sen}(\omega_1 t_1) + B \text{sen}(\omega_2 t_2)] e^{-j\omega_2 t_2} dt_1 dt_2
 \end{aligned} \tag{37}$$

$TSIDF_1$ e $TSIDF_2$ correspondem à função descritiva relativa ao sinal de entrada,   frequência ω_1 e ω_2 respectivamente.

É assim possível calcular a saída de um sistema de caixa negra a uma excitação de duplo tom, pela aplicação destas funções descritivas. Pode ainda calcular-se a Função Descritiva para outros tipos de excitação de entrada [52].



O grande inconveniente desta técnica é o facto de ser aplicada a não linearidades de caixa negra, tornando assim a análise qualitativa e não quantitativa, não permitindo obter conclusões acerca de cada componente do circuito, além de impor o conhecimento da excitação do sinal de entrada *apriori*.





 , no entanto, bastante utilizada quando se pretendem obter formas fechadas para o cálculo de sinais fortes.







J. Comparação Entre Técnicas de Análise







Pela discussão, nas secções anteriores, das várias técnicas de análise, e de modo a responder à pergunta inicialmente proposta na introdução: “Propor uma técnica que permita a análise de um sistema não linear a um sinal de excitação de espectro denso, ou contínuo, e de grande potência”, compara-se de seguida as várias técnicas apresentadas, e propõe-se uma que mais se adapta ao nosso objectivo.

Na lista seguinte estão apresentados as vantagens e desvantagens associados a cada técnica.

Análise Temporal	
	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Resposta transitória. ✓ Utiliza qualquer tipo de função não linear, descrita no tempo. ✓ Aceita qualquer número de excitações de entrada. ✓ Permite analisar sinais fortes. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Não permite funções lineares ou não lineares descritas no domínio da frequência. ✓ Ineficiente no tratamento de circuitos que incluam constantes de tempo muito díspares. ✓ Tempos de convergência muito longos, principalmente na análise de intermodulação.

Balanço Harmónico Clássico	
	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Tempos de convergência mais rápidos do que na Análise Temporal. ✓ Permite o uso de elementos distribuídos. ✓ Utiliza qualquer tipo de função não linear, descrita no domínio temporal, desde que seja algébrica. ✓ Permite analisar sinais fortes. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Aplica-se apenas para sinais de um só tom. ✓ Pode ter problemas de convergência.
Balanço Harmónico APFT	
	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Aceita qualquer número de excitações de entrada. ✓ Permite analisar sinais fortes. ✓ Utiliza qualquer tipo de função não linear, descrita no domínio temporal, desde que seja algébrica. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Pode exigir tempos de cálculo bastante longos. ✓ Pode ter problemas de convergência. ✓ Tempos de inicialização podem ser bastante longos. ✓ O erro cometido é proporcional ao número condicionante da matriz de transferência.

Balanço Harmónico NDFT	
	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Utiliza qualquer tipo de função não linear, descrita no domínio temporal, desde que seja algébrica. ✓ Aceita qualquer número de excitações de entrada. ✓ Permite analisar sinais fortes. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Pode exigir tempos de cálculo bastante longos. ✓ Pode ter problemas de convergência. ✓ Utiliza maior número de pontos do que a APFT.
Balanço Espectral	
	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Mais rápido do que os anteriores. ✓ Aceita qualquer número de excitações de entrada. ✓ Permite analisar sinais fortes. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Necessita de aproximar a função não linear no domínio temporal, por uma função aproximadora polinomial, racional. ✓ Pode ter problemas de convergência.
Envolvente	
	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Permite o uso de funções não algébricas, quando a não algebricidade é referente ao sinal da envolvente. ✓ Permite qualquer número de excitações da envolvente. ✓ Permite o cálculo de transitórios à envolvente. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ O sinal tem de ser representado por um sinal modulado com envolvente e portadora. ✓ A frequência dos sinais da envolvente deverá ser bastante inferior à largura de banda do circuito.

Séries de Volterra	
	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Aceita qualquer número de excitações de entrada. ✓ Fornece expressões em forma fechada. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Aplica-se apenas a sinal fraco. ✓ Necessita aproximar a função não linear por uma série de <i>Taylor</i>. ✓ Tem problemas de convergência para não linearidades fortes. ✓ O desenvolvimento de expressões acima da 3ª ordem torna-se demasiado trabalhoso.
Séries de Volterra Generalizadas	
	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Aceita qualquer número de excitações de entrada. ✓ Maior robustez em termos de convergência. ✓ Aplica-se a sinal forte e fortes não linearidades. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Necessita aproximar a função não linear por uma série de <i>Taylor</i> variável no tempo. ✓ Maior número de multiplicações que Balanço Espectral para o cálculo da resposta do sistema.
Função Descritiva	
	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Facilidade de Implementação. ✓ Resultados Imediatos. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Aplica-se a não linearidades de caixa negra. ✓ Impõe o conhecimento da excitação de entrada.

J.1 Conclusões

Como o nosso interesse são sinais com múltiplas excitações de entrada, sinal forte e não linearidades fortes, verifica-se na tabela anterior que as técnicas que são possíveis de aplicar são:

- Análise Temporal.
- Balanço Harmónico APFT.
- Balanço Harmónico NDFT.
- Envolvente.
- Balanço Espectral.
- Séries de *Volterra* Generalizadas.

A técnica temporal tem tempos de convergência muito longos, quando por exemplo, o sinal tem componentes a $\omega_2 - \omega_1$ com $\omega_1 \approx \omega_2$. Portanto, esta técnica não é eficiente para sinais multi-ton.

O Balanço Harmónico com APFT realiza tantas ou mais multiplicações que a DFT clássica, permitindo, no entanto, análises multi-ton.

O Balanço Harmónico NDFT é mais lento do que o Balanço Harmónico APFT, exigindo maior número de pontos calculados.

A técnica de Envolvente só é aplicável a sinais de pequena largura de banda, comparada com a do sistema, utilizando sinais modulados.

O Balanço Espectral calcula menos número de pontos em circunstâncias semelhantes.

Finalmente, as Séries de *Volterra* Generalizadas, calculam mais pontos do que o Balanço Espectral, só que são mais robustas em termos de convergência.

Deste modo, e para finalizar, a técnica escolhida para a análise de qualquer função não linear, qualquer número de excitações de entrada, e potência de sinal de entrada é o Balanço Espectral ou as séries de *Volterra* Generalizadas. A escolha de uma ou outra técnica baseia-se apenas na convergência, ou não, da técnica do Balanço Espectral. Nos casos práticos em que os circuitos a estudar não impõe não linearidades demasiado fortes, a escolha recai sobre a técnica de Balanço Espectral, devido à sua maior eficiência.

A tabela seguinte apresenta um resumo das situações que se devem aplicar a cada técnica.

Sistema a analisar	Técnica a aplicar
Análise transitória do sinal aplicado independentemente de ser de alta ou baixa frequência.	Temporal
Análise transitória da envolvente do sinal aplicado sendo este de banda estreita.	Envolvente
Apenas 1 tom de entrada e forte sinal.	Balanço Harmónico
Vários tons de entrada, sinal forte e a função não linear não pode ser decomposta em polinómios.	Balanço Harmónico com APFT ou NDFT, conforme o interesse é maior rapidez, ou menor erro, respectivamente.
Vários tons de entrada, sinal fraco.	Séries de <i>Volterra</i>
Vários tons de entrada, sinal forte e a função não linear pode ser decomposta em polinómios.	Balanço Espectral desde que convirja. Se não convergir, Séries de <i>Volterra</i> Generalizadas.
Dois tons, 1 sinal forte e outro fraco, normalmente para análise de misturadores.	GSPS

K. Referências

- [1] Steve Maas, “Nonlinear Analysis in RF Design”, RF Design, pp. 58,63, Março, 1995.
- [2] J. Obregon, “Nonlinear Analysis and Design of Microwave Circuits”, Conference Proceedings of the 15th European Microwave Conference, Paris, pp. 1089-1094, 1985.
- [3] M.João Rosário, J. Costa Freire, “A Design Technique for Mesfet Mixers Based on Spice Program”, IEEE-Symposium on Microwave Theory and Techniques, pp. 331-334, 1990
- [4] Tsugumichi Shibata, “Circuit Simulations Combined With the Electromagnetic Field Analysis”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.1862-1868, Vol.39, Novembro, 1991.
- [5] Vittorio Rizzoli, Andrea Neri, “State of the Art and Present Trends in Nonlinear Microwave CAD Techniques”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.343-365, Vol 36, Fevereiro, 1988
- [6] L.W.Nagel, “Spice2: A computer program to simulate semiconductor circuits”, Electronic Research Laboratory, University of California-Berkeley, Memo ERL-M520, 1975.
- [7] Allan Pinkus e Samy Zafrany, *Fourier Series and Integral Transforms*, Cambridge University Press, Cambridge, 1^a Edição, 1997.
- [8] Michael S. Nakhla, Jiri Vlach, “A Piecewise Harmonic Balance Technique for Determination of Periodic Response of Nonlinear Systems”, IEEE Transactions on Circuits and Systems, pp.85-91, Vol.23, Fevereiro, 1976.
- [9] S. Maas, *Nonlinear Microwave Circuits*, Artech House, 1988.
- [10] Ross G. Hicks, Peter J. Khan, “Numerical Analysis of Nonlinear Solid-State Device Excitation in Microwave Circuits”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp. 251-259, Vol.30, Março, 1982.
- [11] Vittorio Rizzoli, Franco Mastri, Fiorella Sgallari e Giulia Spaletta, “Harmonic-Balance Simulation of Strongly Nonlinear Very Large-Size Microwave Circuits by Inexact Newton Methods”, IEEE MTT-Symposium, pp. 1357-1360, San-Francisco, 1996.
- [12] K.K.M. Chang, J. K. A. Evererd, “Nonlinear Circuit Analysis using the Newton-Sor Continuation Method”, Electronic Letters, pp.2120-2121, Vol.26, Dezembro, 1990
- [13] A.R.Kerr, “A Technique for determining the Local Oscillator Waveforms in a microwave Mixer”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.828-831, Outubro, 1975.

- [14] Leon O.Chua, Ako Ushida, “Algorithms for computing Almost periodic Steady-State Response of Nonlinear Systems to Multiple input Frequencies”, IEEE-Transactions on Circuits and Systems, pp.953-971, Vol.28, Outubro, 1981.
- [15] Leon O.Chua, Ako Ushida, “Frequency-Domain Analysis of Nonlinear Circuits Driven by Multi-Tone Signals”, IEEE-Transactions on Circuits and Systems, pp.1294-1307, Vol.31, Setembro, 1981.
- [16] Rowan Gilmore, “Nonlinear Circuit Design Using the Modified Harmonic Balance Algorithm”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.1294-1307, Vol.34, Dezembro, 1986.
- [17] Kenneth S. Kundert, Gregory B.Sorkin, Alberto Sangiovanni-Vicentelli, “Applying Harmonic Balance to Almost-Periodic circuits” , IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.366-378, Vol.36, Fevereiro, 1988.
- [18] Xiang-Dong Zhang, Xing-Nan Hong, “An Accurate Fourier Transform Method for Nonlinear Circuits Analysis With Multi-Tone Driven”, IEEE-Transactions on Circuits and Systems, pp. 668-669, Vol 37, Maio, 1990.
- [19] E. Ngoya, Jean Rousset, Michel Gayral, Raymond Quere, Juan Obregon, “Efficient Algorithms for Spectra Calculations in Nonlinear Microwave Circuits Simulators”, IEEE-Transactions on Circuits and Systems, pp 1339-1355, Vol 37, Novembro, 1990.
- [20] Vittorio Rizzoli, Claudio Cecchetti, Alessandro Lipparni, “A General-Purpose Program for the Analysis of Nonlinear Microwave Circuits Under Multitone Excitation by Multidimensional Fourier Transform”, 17th European Microwave Conference, pp.635-340, 1987.
- [21] Patrick L. Heron e Michael B. Steer, “Jacobian Calculation Using the Multidimensional FFT in the Harmonic Balance Analysis of Nonlinear Circuits”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.429-431, Vol.38, Abril, 1990.
- [22] Javier Gismero Menoyo, “Analysis y Diseño de osciladores de Microondas Mediante la Técnica del Balance Armónico”,Universidad Politecnica de Mdrd, Tesis Doctoral, 1989.
- [23] D. Hante, R. H. Jasen, “Frequency Domain continuation method for the analysis and stability investigation of nonlinear microwave circuits”, IEE Proceedings, pp. 351-362, Vol.133, Outubro, 1986.
- [24] John H. Haywood, “Intermodulation Distortion Analysis Using a Frequency-Domain Harmonic Balance Technique”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.1251-1257, Vol.36, Agosto, 1988.

- [25] Mário S. Rosa, Mário M. Graça, *Tópicos de Análise Numérica*, Universidade de Aveiro, 1991.
- [26] Eli Van den Eijnde, “Steady-State analysis of Strongly Nonlinear Circuits”, Doctor Thesis, Vrije Universiteit Brussel, Fac. Toegespaste Wetenschappen, Department ELEC, Brussels, Belgium, 1989.
- [27] Vittorio Rizzoli, Claudio Cechetti, Alessandro Lipparni e Franco Mastri, “General-Purpose Harmonic Balance Analysis of Nonlinear Microwave Circuits Under Multitone Excitation”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.1650-1659, Dezembro, 1988.
- [28] Michael B. Steer e Peter J. Khan, “An Algebraic Formula for the Output of a System With Large-Signal, Multifrequency Excitation”, Proceedings of the IEEE, , pp.177-179, Vol 71, Janeiro, 1983.
- [29] Chao-Reng-Chang e Michael B. Steer, “Frequency-Domain Nonlinear Microwave Circuit simulation Using the Arithmetic Operator Method”, IEEE- Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.1139-1143, Vol.38, Agosto, 1990.
- [30] Chao-Reng-Chang, “Computer-Aided Design of Nonlinear Microwave Analog Circuits Using Frequency-Domain Spectral Balance“, Doctor Thesis, Center for communications and Signal processing Department Electrical and Computer Engineering, North Carolina State University, TR 90/12, Outubro, 1990.
- [31] Chao-Reng Chang, Michael B. Steer, George W. Rhyne, “Frequency-Domain Spectral Balance Using the Arithmetic Operator Method”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp. 1681-1688, Vol.37, Novembro, 1989.
- [32] Tapari Närhi, “Analysis of Strongly Nonlinear circuits with a frequency-Domain method coupled with a consistent large-signal model”, IEEE-Microwave Theory and Techniques Symposium Digest, pp. 633-636, 1993.
- [33] Tapani Närhi, "Frequency-Domain Analysis of Strongly Nonlinear Circuits Using a Consistent Large-Signal Model", IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.182-192, Vol.44, Fevereiro, 1996.
- [34] Tapani Närhi, “Frequency-domain Analysis of Nonlinear Microwave Circuits”, Doctor Thesis, Technical Research Center of Finland, VTT, ESPOO, 1993.
- [35] George W. Rhyne e Michael B. Steer, “Frequency-Domain Nonlinear Circuit Analysis Using a Frequency-Domain Harmonic Balance Technique”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp. 379-387, Vol.36, Fevereiro, 1988.

- [36] Philip J. Lusford II, George W. Rhyne, Michael B. Steer, “Frequency-Domain Bivariate Generalised Power Series Analysis of Nonlinear Analog Circuits”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp. 815-818, Vol.38, Junho, 1990.
- [37] Jane Roos, “Frequency-Domain Analysis of Nonlinear Circuits Using Chebyshev Polynomials”, Master Thesis, Circuit Theory Laboratory of Helsinki University of Technology, 1994.
- [38] George W. Rhyne e Michael B. Steer, “A New Frequency Domain Approach to the Analysis of Non Linear Microwave Circuits with Arbitrary Frequency Separation of Tones”, IEEE- Microwave Theory and Techniques Symposium Digest, pp. 401-404, 1985.
- [39] George W. Rhyne e Michael B. Steer, “Simulation of Intermodulation Distortion in Mesfet Circuits With Arbitrary Frequency Separation of Tones”, IEEE- Microwave Theory and Techniques Symposium Digest, pp. 547-550, 1986.
- [40] Blas Pablo Dorta Naranjo, “Divisores de frecuencia de Microondas por Inyeccion Armonica”, Universidad Politecnica de Madrid, Tesis Doctoral, 1990.
- [41] Rodrigo Bravo Menéndez-Rivas, “Análisis y Optimización no lineal de circuitos a microondas mediante algoritmo en el dominio de la frecuencia”, Departamento: Señales, sistemas y radiocomunicaciones, Grupo de microondas, Proyecto fin de carrera, 1995.
- [42] Chao-Ren Chang, Patrick L. Heron, Michael B. Steer, “Harmonic Balance and Frequency Domain Simulation of Nonlinear Microwave Circuits Using the Block Newton Method”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.431-434, Vol.38, Abril, 1990.
- [43] Andy Howard, “Circuit Envelope Simulator Analyses High-Frequency Modulated Signals”, RF Design, pp.36-45, Setembro, 1995.
- [44] “Circuit Envelope Simulator for Fast Results on Complex Signals”, High-Frequency Alliance, pp-3-5, 1995.
- [45] “Circuit Envelope Simulator”, HP 85148A Data-Sheet, 1995.
- [46] E.Ngoya e R. Larchevêque, “Envelop Transient Analysis: A New Method for the Transient and Steady State Analysis of Microwave Communication Circuits and Systems”, IEEE-Microwave Theory and Techniques Symposium Digest, California, pp. 1365-1368, 1996.
- [47] Vittorio Rizzoli, Andrea Neri e Franco Mastri, “A Modulation-oriented Piecewise Harmonic Balance Technique Suitable for Transient Analysis and Digitally Modulated Analysis”, 26th European Microwave Conference, pp. 546-550, Praga, República Checa, 1996.
- [48] N. Wiener, *Nonlinear Problems in Random Theory*, Technology Press, New York, 1958.

- [49] Eli Van Den Eijnde e Johan Schoukens, "Steady State Analysis of a Periodically Excited Nonlinear Systems", IEEE-Transactions on Circuits and Systems, pp 232-242, Vol 37, Fevereiro, 1990.
- [50] Eli Van Den Eijnde e Johan Schoukens, "Parameter Estimation in strongly Nonlinear Circuits", IEEE Transactions on Instrumentation's and Measurement, pp. 853-859, Vol39, Dezembro, 1990.
- [51] V. Kroezer e H.L.Hartnagel, "Large-Signal Analysis of Nonlinear Microwave Circuits Using Modified *Volterra* Series", IEEE Microwave Theory and Techniques-Integrated Nonlinear Microwave and Millimetre Wave Circuits, First International Workshop of the West Germany IEEE MTT/AP Digest, pp.197-211, 1990.
- [52] Arthur Gelb e Wallace E. V. Velde, *Multiple-Input Describing Functions and Nonlinear System Design*, McGraw-Hill, 1968.
- [53] J. C. Pedro e J. Perez, "Accurate Simulation of GaAs MESFET's Intermodulation Distortion Using a New Drain-Source Current Model", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, pp.25-33, vol. 42, nº 1, Janeiro, 1994.
- [54] J. Angel Garcíá, A. Mediavilla, J. Carlos Pedro, N. B. Carvalho, A. Tazón e J. L. Garcíá, "Characterizing the Gate to Source Nonlinear Capacitor Role on GaAs FET IMD Performance", Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp. 2344-2355, Vol. 46, nº 12, Dezembro, 1998.

Página em Branco

3

Simulação do Regime Estacionário de Circuitos Não Lineares

A. Introdução

No capítulo anterior apresentaram-se e discutiram-se os maiores problemas associados às técnicas de simulação actualmente utilizadas para aplicação ao estudo de sinais fortes multi-tom. A seguir resumem-se as principais técnicas então estudadas, e que permitem simular excitações multi-tom:

- ♦ Técnica das séries de *Volterra* [1-4]. Esta técnica realiza as simulações completamente no domínio espectral, mas tem o grande inconveniente de só permitir o cálculo de respostas não lineares de sinal fraco.

- ◆ Função Descritiva [5-6]. Esta técnica tem o inconveniente de apenas ser utilizada quando se conhece exactamente a excitação de entrada, tornando assim o simulador pouco versátil.
- ◆ Técnica da Envolvente [7-9]. Apesar desta técnica permitir calcular repostas a sinais fortes e até respostas transitórias, tem o inconveniente de exigir que o sinal de excitação tenha de ser representado por um sinal modulado de banda estreita.
- ◆ Técnica do Balanço Harmónico [10-11]. Esta técnica permite análises de sinal forte, só que tem o inconveniente de padecer de problemas quando se pretende aplicar a DFT a sinais multi-portadora.
- ◆ Técnica do Balanço Espectral [12-17]. Esta técnica é exactamente igual à técnica do Balanço Harmónico, só que prescinde da utilização da DFT para a simulação, permitindo, a análise de 2 ou 3 tons não proporcionais entre si. Devido a um inadequado tratamento do espectro, torna-se bastante pesada para o tratamento de sinais multi-tons.

É objectivo deste capítulo minorar estas limitações, alargando a técnica de Balanço Espectral ao estudo de sinais multi-tons (>3 tons).

Como a técnica proposta, é a técnica do Balanço Espectral modificada, e como esta é uma derivação do Balanço Harmónico, apresenta-se na secção B uma breve explicação da técnica de Balanço Harmónico implementada inicialmente. Na secção C introduz-se a técnica de Balanço Espectral e propõe-se uma nova implementação e interpretação de alguns dos seus passos. Na secção D apresentam-se alguns exemplos de aplicação prática e, finalmente na secção E, discutem-se algumas conclusões relevantes e inovadoras deste tipo de técnica.

B. Técnica do Balanço Harmónico

A técnica mais utilizada, para a análise de circuitos não lineares de RF e microondas é a técnica de Balanço Harmónico [10]. Esta técnica baseia-se num método híbrido de análise temporal e espectral. Por esse facto, apresenta problemas de implementação em situações de espectro não periódico, como foi explicado no Capítulo 2.

O primeiro passo para a aplicação do Balanço Harmónico, consiste em dividir o circuito não linear em duas partes: Uma parte, onde só se colocam elementos lineares, e outra, onde se colocam elementos não lineares ou lineares sem memória [18], Fig.1.

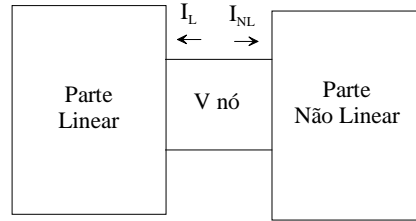


Fig. 1 - Separação do circuito em 2 partes: linear e não linear.

Estando o circuito assim dividido, impõe-se uma tensão $V(\omega)$ no nó não conhecido. Utiliza-se a seguir essa tensão, como condição inicial, para calcular uma estimativa de $I_L(\omega)$. Esta é determinada á custa da aplicação de técnicas lineares no domínio espectral (*Fourier*) [19]. A corrente linear, $I_L(\omega) = Y(\omega)V(\omega)$, é assim um vector com i posições correspondentes às componentes espectrais a calcular. A corrente não linear, $I_{NL}(\omega)$, calcula-se realizando uma transformação do vector $V(\omega)$ para o domínio temporal, $v(t)$, por aplicação da Transformada Inversa de *Fourier* Discreta (IDFT). A análise dos elementos não lineares efectua-se no domínio temporal, seguindo-se a transformação contrária do vector, $i_{NL}(t)$, para o domínio espectral, $I_{NL}(\omega)$, aplicando a DFT. Sendo assim, obtém-se $I_{NL}(\omega)$ como um vector de i posições às componentes espectrais equivalentes a $I_L(\omega)$:

$I_L(\omega) = [I_L(DC) \ I_L(\omega_1) \dots I_L(\omega_k) \dots I_L(\omega_K)]$ e $I_{NL}(\omega) = [I_{NL}(DC) \ I_{NL}(\omega_1) \dots I_{NL}(\omega_k) \dots I_{NL}(\omega_K)]$ com $I_L(\omega_k)$ e $I_{NL}(\omega_k)$ as componentes a ω_k da corrente linear e não linear.

O Balanço Harmónico não é mais do que a aplicação das leis de *Kirchoff* ao nó em questão (Fig.1). Obtém-se assim, $F[V(\omega)] = I_L(\omega) + I_{NL}(\omega) = Y(\omega)V(\omega) + \mathfrak{I}[i_{NL}(t)] = 0$. $F[V(\omega)]$ é igualmente um vector com i posições ao qual se chama de vector de erro. Quando $F[V(\omega)] = 0$, obtém-se o resultado pretendido. Como $F[V(\omega)] = 0$, não é uma condição possível com precisão arbitrária, devido a se realizarem os cálculos numa máquina de precisão finita, define-se ϵ como o módulo do erro máximo para o qual se considera que o resultado é correcto.

Se o erro $F[V(\omega)]$ não é aceitávelⁱ, $F[V(\omega)] > \epsilon$, aplicam-se métodos de iteração de modo a descobrir outra estimativa para o vector tensão $V(\omega)$ e assim repetir o ciclo de cálculo de $I_L(\omega)$ e $I_{NL}(\omega)$.

Como já foi discutido no capítulo 2, existem vários métodos de iteração, como o de *Newton*, *splitting*, continuação, etc [11,18]. Nesta secção apenas o método de *Newton* é apresentado, visto ser considerado o mais robusto pela literatura actual [11,18], e, também por essa razão, ter recaído nele a escolha para a implementação de um simulador baseado no Balanço Harmónico.

B.1 Método de Newton

Apesar de se ter apresentado no Capítulo 2, o desenvolvimento do método de *Newton*, resumem-se aqui de novo as suas propriedades mais relevantes.

Considere-se a equação de iteração de *Newton*:

$$x_{i+1} = x_i - f(x_i) \cdot \left(\left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=x_i} \right)^{-1} \quad (1)$$

ⁱ Entenda-se por aceitável, um erro que ainda não é suficientemente pequeno relativamente às grandezas envolvidas.

Como se pode observar pela expressão (1), o método de *Newton* utiliza a informação da derivada da função nesse ponto, para o cálculo da próxima iteração.

Aplicando este princípio à função de erro $F[V(\omega)]$, de modo a procurar uma solução para $F[V(\omega)]=0$, obtém-se:

$$V(\omega)_{i+1} = V(\omega)_i - F(V(\omega)_i) \cdot \left(\frac{\partial F(V(\omega))}{\partial V(\omega)} \bigg|_{V(\omega)=V(\omega)_i} \right)^{-1} \quad (2)$$

Como $F[V(\omega)]$ é um vector de \mathbf{i} posições, $\frac{\partial F(V(\omega))}{\partial V(\omega)}$ será uma matriz de \mathbf{ixi} posições à qual se chama de matriz *Jacobiana* [2,18].

Devido ao facto de $V(\omega)$, e consequentemente $F[V(\omega)]$, estarem definidos na frequência e de $F[V(\omega)]=I_L(\omega)+I_{NL}(\omega)=Y(\omega)V(\omega)+\Im(i_{NL}(t))$, $\Im(i_{NL}(t))$, deverá ter a sua derivada calculada no domínio temporal, sendo que, só depois, deverá ser calculado o espectro do resultado da derivada. Tem-se assim:

$$\frac{\partial F(V(\omega))}{\partial V(\omega)} = Y(\omega) + \Im \left(\frac{\partial i_{NL}(v(t))}{\partial v(t)} \right) \quad (3)$$

A matriz *Jacobiana* é [2]:

$$J_F = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{1,0}}{\partial V_{1,0}} & \frac{\partial F_{1,0}}{\partial V_{1,1}} & \cdots & \frac{\partial F_{1,0}}{\partial V_{1,K}} & \frac{\partial F_{1,0}}{\partial V_{N,0}} & \frac{\partial F_{1,0}}{\partial V_{N,K}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial F_{N,K}}{\partial V_{1,0}} & \frac{\partial F_{N,K}}{\partial V_{1,1}} & \cdots & \frac{\partial F_{N,K}}{\partial V_{1,K}} & \cdots & \frac{\partial F_{N,K}}{\partial V_{N,K}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Entenda-se por $\frac{\partial F_{a,b}}{\partial V_{c,d}}$ a derivada do vector $F[V(\omega)]$ no nó **a**, harmónica **b**, relativamente ao vector $V(\omega)$ no nó **c**, harmónica **d**, e

$$\Im \left(\frac{\partial i_{nl}(v(t))}{\partial v(t)} \right) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \frac{\partial i_{nl,a}(t)}{\partial v_c(t)} e^{-j(b-d)\omega_p t} dt \quad (5)$$

com T o período correspondente à frequência de análise.

Este método de iteração exhibe, por vezes, problemas de convergência. Nesses casos, é usual utilizar como método de iteração, não o método de *Newton* isolado, mas um método misto de *Newton* e continuação [2-18], já apresentado no capítulo 2. O diagrama de blocos final da técnica de Balanço Harmónico pode ser observada no capítulo anterior.

B.2 Problemas na Aplicação da Técnica de Balanço Harmónico

São de vários tipos as dificuldades que se podem detectar na aplicação do Balanço Harmónico, como a escolha de condições iniciais para o vector tensão $V(\omega)$, ou a selecção de critérios de fim da análise, $F[V(\omega)] \leq \epsilon$. No entanto, a grande limitação quando aplicada a sinais multi-ton, prende-se com a utilização da DFT para o cálculo da corrente não linear. Este problema decorre da aplicação da DFT a sinais não periódicos, como é o caso daqueles em que as frequências que os constituem são não proporcionais entre si. Nestas condições a aplicação da DFT gera o chamado espalhamento espectral (*spectral leakage*) [19], o qual degrada bastante a relação-sinal-ruído e, conseqüentemente, a gama dinâmica da análise do Balanço Harmónico, um facto partilhado por todas as análises temporais.

Para exemplificar este problema, considere-se um sinal constituído por três tons de frequências não proporcionais, mas bastante próximos, (Fig. 2a). Se se escolher um ritmo de amostragem e um tempo de observação convenientes, de modo a aplicar correctamente a DFT [19], observa-se (Fig. 2b) que existe sempre uma “cauda” à volta de cada tom.

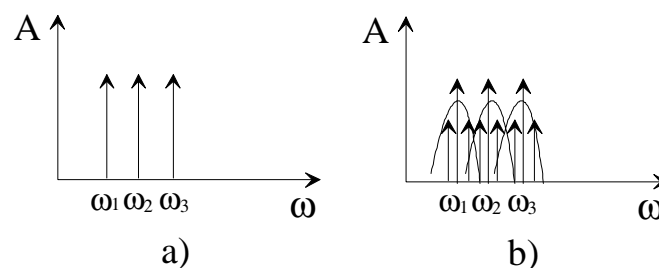


Fig. 2 - Espectro discreto de tons não proporcionais entre si, **a** – espectro do sinal de entrada, **b**- espectro do sinal de saída.

Esta “cauda” diminui a gama dinâmica da técnica de análise, pois, por exemplo, tons de intermodulação de ordem ímpar que surjam relativamente perto dos tons principais, são absorvidos e mascarados por ela.

Outro problema inerente ao uso da DFT, deriva da análise de tons relativamente perto uns dos outros, pois alguns produtos de intermodulação de ordem par dão origem a misturas com períodos bastante longos, ($\omega_2 - \omega_1 \approx 0$). Estes exigem um tempo de observação consideravelmente elevado e, consequentemente, um vector de amostras muito pouco eficiente. Para a minimização destes problemas, duas novas técnicas de análise foram propostas.

Uma delas continua a utilizar uma técnica híbrida de domínio temporal e espectral, só que substitui a DFT pela Transformada de *Fourier* Quase Periódica [20-21]. Esta nova técnica de transformação entre domínios, ao contrário da DFT, apenas calcula as componentes espectrais que são do nosso interesse, evitando assim cálculos desnecessários quando as constantes de tempo envolvidas são bastante elevadas. No entanto, continua a ter a si associada uma baixa gama dinâmica, pois o cálculo das componentes espectrais não proporcionais é realizado através de estimativas [18,20,21].

A outra técnica, à qual se chama Balanço Espectral [12-17,22-23], prescinde da utilização de DFT, ou qualquer outra técnica de transformação entre domínios. Devido à realização de todos os cálculos no domínio espectral, consegue uma gama dinâmica mais elevada, relativamente aos métodos anteriormente propostos.

O cálculo do espectro da corrente não linear é também o seu maior problema. Como a não linearidade está normalmente definida no domínio temporal, necessita-se da sua representação na forma polinomial, ou outra para a qual seja possível o cálculo do espectro da resposta, conhecendo apenas o espectro do sinal de excitação. Na secção seguinte apresentar-se-á a base de um algoritmo de Balanço Espectral.

C. Implementação da Técnica de Balanço Espectral

O principal problema associado à implementação de uma máquina de Balanço Espectral prende-se com a aproximação que é necessário realizar, de modo a representar a não linearidade na forma polinomial ou racional. Esse assunto foi descrito no capítulo 2 e será de novo abordado na subsecção C.1 deste capítulo.

Tendo esse problema de forma do modelo sido superado, outra dificuldade deriva da forma de representação do espectro, subsecção C.2, e implementação de transformações espectrais, de modo a calcular a corrente não linear, subsecção C.3.

C.1 Aproximação da Não Linearidade

A maneira mais simples de abordar esta operação consiste em aproximar o modelo temporal da não linearidade por um polinómio e, desse modo, converter multiplicações temporais, $y(t)=x(t)z(t)$, em convoluções espectrais, $Y(\omega)=X(\omega)*Z(\omega)$.

Vários autores estudaram este problema de aproximação polinomial. *Steer* [12,24], por exemplo, utiliza uma séries de potências. Só que a sua utilização é de tal maneira complexa, que se torna bastante difícil de implementar. *Närhi* [14,15,23] propõe polinómios de *Chebyshev* conseguindo, assim, uma aproximação mais robusta. Mas para obter uma boa aproximação do modelo temporal a simular, ambos os polinómios aproximadores necessitam de um número elevado de termos. Além disso, estes polinómios não estão vocacionados para a aproximação das derivadas do modelo, que se sabe serem fundamentais para a descrição de distorção de sinal fraco [25]. Portanto, os modelos polinomiais apresentados têm dois problemas inerentes: ou aproximam bem a não linearidade forte ou, com o mesmo número de termos, aproximam bem as derivadas num ponto pré-determinado. Deste último caso é exemplo a aproximação por séries de *Taylor* [2].

Eijnde [4] propôs ainda a aproximação do modelo temporal, não por polinómios, mas por racionais. Apesar de manterem grandes dificuldades ao nível da representação das derivadas, aproximam, com o mesmo grau dos polinómios, não linearidades muito mais fortes.

No caso de se usarem racionais, o espectro de saída não pode ser obtido apenas à custa de convoluções espectrais, pois agora além das três funções básicas anteriores, (soma, subtracção e multiplicação), temos ainda a divisão. Com efeito, a determinação do espectro de saída exige agora a utilização de desconvolu  es, operação inversa da convolução. *Chang* e *Steer* [16,22] propõem um algoritmo matricial para o cálculo das transformações espectrais, que equivale à realização das convoluções/desconvolu  es usuais. Na subsecção C.3 o problema destas matrizes de transformação espectral será abordado com mais pormenor.

Ao contrário dos trabalhos precedentes, esta subsecção visa desenvolver um método sistemático de aproximação que interpole modelos não lineares, verificando, simultaneamente, as derivadas do modelo em todo o seu domínio.

Propõe-se, assim, o aproximador racional de *Hermite* [26], que para além de aproximar o modelo não linear, aproxima também as suas primeiras **l** derivadas.

C.1.1 Racional de *Hermite*

A aproximação por racionais de *Hermite* consiste em calcular os polinómios

$p(x) = \sum_{i=0}^m a_i x^i$ e $q(x) = \sum_{i=0}^n b_i x^i$, tais que a condição seguinte seja satisfeita [26]:

$$\begin{cases} f^{(l)}(x_i) = \left(\frac{p}{q} \right)^{(l)}(x_i) \text{ para } l = 0, \dots, s_i - 1, \text{ com } i = 0, \dots, j \\ f^{(l)}(x_{j+1}) = \left(\frac{p}{q} \right)^{(l)}(x_{j+1}) \text{ para } l = 0, \dots, k - 1 \end{cases} \quad (6)$$

ou seja, a função aproximadora será **l+1** osculadora com f^{ii} .

Um método bastante utilizado para determinar os coeficientes desta função aproximadora, é o da expansão em fracções continuadas de *Thiele* [26].

Neste caso obtém-se:

$$f(x) = \varphi_0[x_0] + \frac{x - x_0}{\varphi_1[x_0, x_1] + \frac{x - x_1}{\varphi_2[x_0, x_1, x_2] + \dots}}, \text{ com } \varphi_0[x_0, x_1] \text{ a diferença inversa}$$

correspondente a x_0, x_1 [26].

Considerando os casos limite quando $x_i \rightarrow x_0, i \geq 1$, tem-se que:

$$\begin{aligned} \varphi_j(x) &= \lim_{\substack{x_i \rightarrow x \\ i=0, \dots, j}} \varphi_j[x_0, \dots, x_j]; \\ f(x) &= \varphi_0(x_0) + \frac{x - x_0}{\varphi_1(x_0) + \frac{x - x_1}{\varphi_2(x_0) + \dots}} \end{aligned} \quad (7)$$

Utilizando o método de *Thiele* obtém-se [26]:

$$\begin{aligned} \varphi_0(x) &= f(x); \quad \varphi_1(x) = \lim_{x_0, x_1 \rightarrow x} \varphi_1[x_0, x_1] = \lim_{x_i \rightarrow x} \frac{x - x_1}{\varphi_0[x] - \varphi_0[x_1]} = \frac{1}{f'(x)} \\ \text{com } \rho_j(x) &= \lim_{\substack{x_i \rightarrow x \\ i=0, \dots, j}} \rho_j[x_0, \dots, x_j] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\varphi_j = j \left(\frac{\partial \rho_{j-1}(x)}{\partial x} \right)^{-1} \text{ e } \rho_j(x) = \rho_{j-2}(x) + \varphi_j(x), \quad (9)$$

Os diferentes coeficientes, a_i e b_i , dos polinómios da expressão (6) podem ser obtidos compactando a expressão (7), de fracções continuadas, e igualando-a à expressão (6).

Embora o método proposto tenha sido desenvolvido para apenas uma variável, é possível desenvolver métodos de aproximação para funções multivariável [27].

ⁱⁱ Por $f^{(i)}$ entenda-se a derivada i da função f .

Observando ainda as expressões acima desenvolvidas, conclui-se que os racionais de *Hermite* são aplicáveis não só a funções contínuas, modelos analíticos temporais, como a valores discretos, medidas experimentais.

C.1.2 Exemplo de Aproximação

Para exemplificar a capacidade de aproximação do racional de *Hermite*, apresentam-se nas figuras, Fig.3-4, as aproxima  es correspondentes   função $y=\tanh(x)$ e suas tr s primeiras derivadas. Nas figuras, Fig.3-4, estão representadas as aproxima  es utilizando polinómios de *Chebyshev*, polinómios de *Taylor*, *Taylor* racionalⁱⁱⁱ e, finalmente, a aproximação de racional de *Hermite* proposta nesta tese.

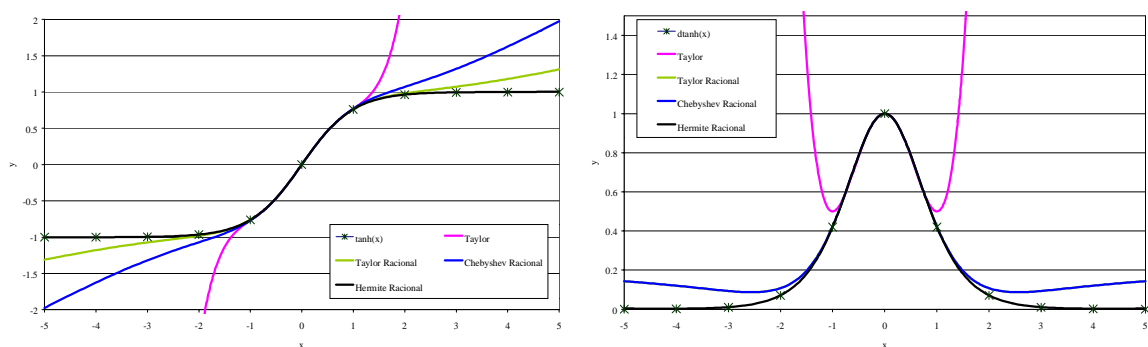


Fig. 3 - Aproximação da tangente hiperbólica a) e correspondente 1  derivada b), por *Chebyshev*, *Taylor*, *Taylor* racional e *Hermite* racional.

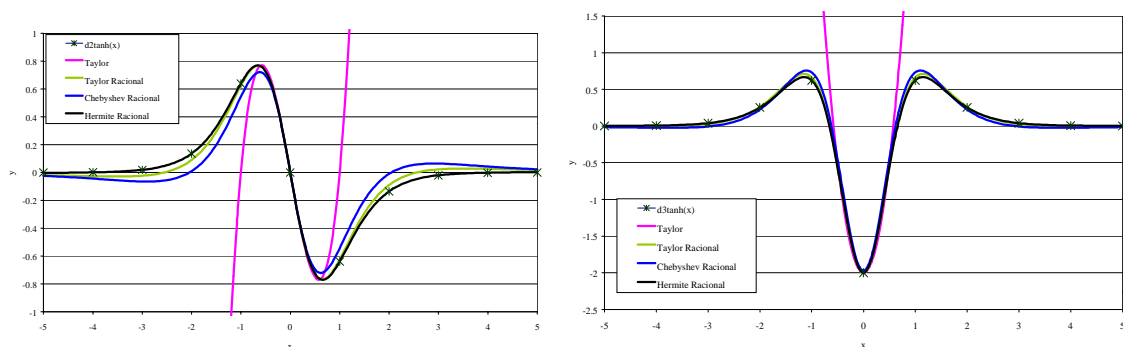


Fig. 4 - Aproximação da 2  a) e 3  derivadas b), da tangente hiperbólica e suas correspondentes aproximações.

ⁱⁱⁱ Para se obter este *Taylor* racional aproximou-se a função exponencial por um polin mio de *Taylor*, e, a seguir, substitui-se a exponencial na função da tangente hiperbólica, por esse mesmo polin mio.

Tab. 1 - Comparação das funções aproximadoras^{iv}.

Tipo de Aproximação	Função
<i>Taylor</i>	$\tanh(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{10}$
<i>Taylor Racional</i>	$\tanh(x) = \frac{120x + 20x^3 + x^5}{120 + 60x^2 + 5x^4}$
<i>Chebyshev Racional</i>	$\tanh(x) = \frac{1388x^5 + 17035x^3 + 100000x}{3485x^4 + 49911x^2 + 99999}$
<i>Hermite Racional</i>	$\tanh(x) = \frac{6x^5 + 768x^3 + 7200x}{102x^4 + 3168x^2 + 7200}$

Como se pode observar pelas Fig.3-4, a aproximação por racional de *Hermite* é aquela que realiza a melhor interpolação da função e das suas três primeiras derivadas.

C.2 Representação Espectral

Consideremos um sinal genérico representado no domínio da frequência. Para a aplicação da técnica do Balanço Espectral teremos de discretizar este espectro, isto porque o simulador está implementado sobre uma máquina de estados finitos [18]. Existem para este efeito duas hipóteses, a discretização uniforme ou não uniforme.

Se a discretização for uniforme, o problema da construção de um algoritmo de convolução estará resolvido, pois a técnica de convolução é análoga à do domínio temporal, onde este tipo de discretização é comum.

Esta discretização uniforme do espectro resolve problemas nos quais os sinais são de banda larga, como é o caso do espectro da Fig.5.

^{iv} A função $\tanh(x)$ foi escolhida devido a ser uma função bastante utilizada na descrição de modelos de dispositivos activos para microondas/RF.

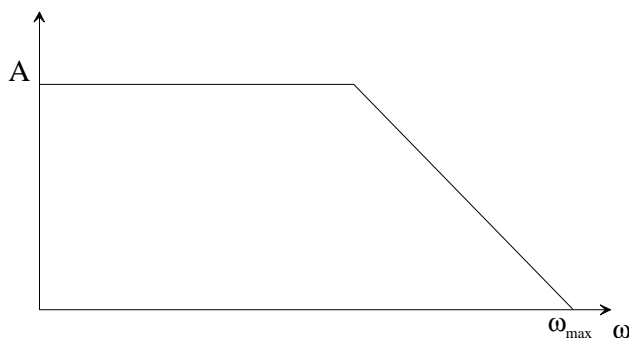


Fig. 5 - Espectro contínuo de banda larga.

A taxa de discretização deverá ser tal que permita representar todas as suas particularidades.

Agora considere-se o espectro contínuo representado na Fig. 6.

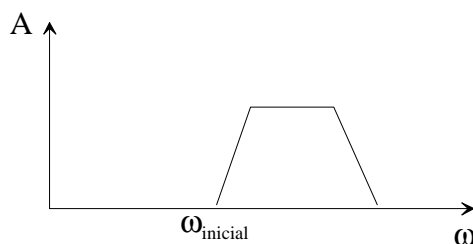


Fig. 6 - Espectro contínuo de banda estreita.

Se se utilizar, de novo, discretização uniforme, a maioria das amostras terá o valor zero, o que torna a convolução usual ineficaz, pois a maioria do tempo de análise   desperdiçado no cálculo de produtos dos quais se sabe *apriori* que são nulos.

A constatação anterior leva-nos imediatamente   solução, relativamente óbvia, da utilização de técnicas aplicáveis a matrizes esparsas, pois essas técnicas utilizam o facto das matrizes, e/ou vectores, incluírem variadíssimos zeros.

Ainda que estes métodos sejam adequados ao cálculo das convoluções e operações do Balanço Espectral [22], são totalmente ineficazes no tratamento da maior matriz do problema, a matriz *Jacobiana*, já que ela não é “muito esparsa”. Este preenchimento não esperso decorre da maneira como ela é construída. Recordando a expressão (4), pode-se verificar que, por nó, a diagonal da *Jacobiana*   constituída pela função de transferência linear, enquanto as cordas paralelas   diagonal principal são constituídas pela função transferência não linear de k^a ordem [2,18]. Portanto, se a não linearidade a estudar exigir

que se contabilizem termos de misturas de intermodulação até à c^a ordem, existirão c cordas paralelas completamente preenchidas com valores não nulos.

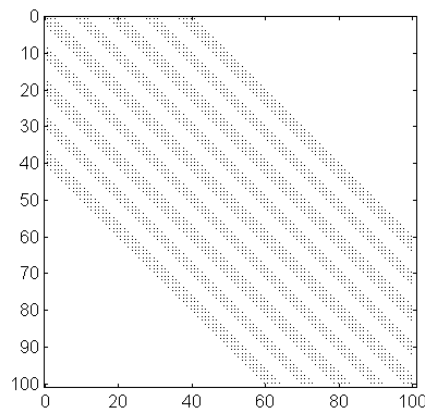


Fig. 7 – Preenchimento esparsos, típico de uma matriz *Jacobiana*.

Na Fig. 7 pode-se observar o preenchimento típico de uma matriz *Jacobiana*, na qual a discretização utilizada foi uniforme. Os pontos escuros correspondem a valores preenchidos, e os outros a valores nulos.

Como, a seguir, esta matriz é multiplicada por um vector que contém o espectro num determinado nó do circuito, e esse sim é significativamente esparsos, pois o espectro está discretizado de maneira ineficaz, o lucro não é importante.

Para se ter uma ideia do número de operações necessárias, considere-se dois sinais, um a 1GHz e outro a 1.001GHz. De modo a contabilizar todos os produtos de mistura até à terceira ordem, necessita-se de discretizar o sinal com um vector espectral de 3003 posições ($3.003/0.001$) quando se utiliza discretização uniforme com taxa de amostragem a 0.001GHz. A *Jacobiana* apresenta assim 9×10^6 , (3003×3003) posições por nó, o que faz com que este método de discretização torne o Balanço Espectral totalmente inútil em casos em que o espectro não é contínuo de banda larga, Fig. 6. Com efeito, ganha-se apenas um factor de 2, relativamente ao número de pontos utilizados pelas técnicas temporais.

Utilizando a informação anterior parece intuitivo que ignorando aquelas posições das quais se sabe *a priori* que são zeros, tornaria o cálculo do Balanço Espectral bastante efectivo. Por exemplo, no caso apresentado, apenas teríamos de calcular 13 posições espectrais, correspondentes a cada tom do espectro de saída.

De forma a tentar implementar esta ideia, um problema se levanta imediatamente. Ele consiste em conhecer *a priori* quais as posições que nos interessam calcular, e quais aquelas que irão ser nulas ou bastante pequenas. Para se perceber melhor este problema, considerem-se 3 tons a: 1GHz, (1+a)GHz, (1+b)GHz, com a e b reais e $a > b > 0$. As misturas de 2ª ordem estão representadas na Tab.2.

Tab.2 - Misturas entre 3 tons não proporcionais entre si até à 2ª ordem.

Mistura	f_1-f_1 f_2-f_2	f_2-f_1	f_3-f_1	f_3-f_2	f_1	f_2	f_3	$2f_1$	$2f_2$	$2f_3$	f_1+f_2	f_1+f_3	f_2+f_3
Valor	0	a	b	a-b	1	1+a	1+b	2	2+2a	2+2b	2+a	2+b	2+a+b

Como se pode observar, não é imediato descobrir a posição na qual as misturas vão surgir, nem tão pouco se existem duas misturas que surgem sobre a mesma posição. No exemplo do caso anterior, se $a=0.1\text{GHz}$ e $b=0.2\text{GHz}$, contabilizam-se duas posições referentes a $f_2-f_1=0.1\text{GHz}$ e a $f_3-f_2=0.1\text{GHz}$, que, apesar de corresponderem a misturas diferentes, ocupam a mesma posição espectral. Se o número de tons inicial aumentar, e se existir um máximo divisor comum entre as suas frequências, obteremos um número de situações semelhantes mais elevado, o que provocará um desperdício de memória, e, consequentemente de tempo computacional.

Sendo assim, teria todo o interesse em desenvolver um algoritmo que permita calcular todas as misturas existentes no sistema não linear. No caso de frequências não comensuráveis, o algoritmo proposto por outros autores [22,23] baseia-se em diversos ciclos encadeados, que geram todas as misturas possíveis, seguido, normalmente, de um algoritmo de ordenação, para anular, ou não, possíveis posições semelhantes. Este algoritmo torna-se assim muito lento, e o seu número de iterações é equivalente a, $n_{\text{ciclos}}=(2C_m+1)^n$, no qual C_m é a ordem da não linearidade e n o número de tons de entrada.

Se, por outro lado, se considerar que o espectro é discretizado da seguinte maneira: 1GHz, (1+a)GHz, (1+2a)GHz, ou seja seguindo uma discretização uniforme [28] a partir de uma frequência fixa ω_x , 1GHz, observa-se que os produtos de mistura irão surgir a:

$$f_{central} = \begin{cases} \left(\frac{f_m + f_{m+1}}{2} \right) \cdot c, & \text{se número de tons par} \\ (f_m) \cdot c, & \text{se número de tons ímpar} \end{cases} \quad (10)$$

com f_m e f_{m+1} as frequências centrais do vector inicial e C o número de ordem da mistura a efectuar (por exemplo 3ª ordem $\Rightarrow C=3$).

O alargamento espectral à volta de cada frequência central, $f_{central}$, devido aos produtos cruzados é dado por :

$$n^\circ \text{ de riscas espalhadas} = C_{o,e} \cdot n - (C_{o,e} - 1), \quad (11)$$

com n o número de riscas originais e $C_{o,e}$ a máxima ordem, par ou ímpar, respectivamente, à harmónica de distorção a calcular. Cada risca de espalhamento está separada da anterior de a , onde a é o passo de discretização na frequência.

Constata-se, ainda, que os espalhamentos procedentes de igual ordem de paridade têm o mesmo valor que a ordem máxima de igual paridade.

Para exemplificar esta formulação, considerem-se 3 tons a: 1GHz, 1.001GHz e 1.002GHz e produtos de mistura até à 3ª ordem. Obtêm-se assim:

*centro de 2ª ordem = 2.002GHz
espalhamento 2ª ordem = 5*

*centro de 3ª ordem = 3.003GHz
espalhamento 3ª ordem = 7*

O vector de mistura está apresentado na Tab.3.

Tab. 3 - Mistura de 3 tons discretizados uniformemente a partir de ω_x , 1GHz, até à 3ª ordem.

	Frequência (GHz)						
DC	0	0.001	0.002				
1ª	0.998	0.999	1	1.001	1.002	1.003	1.004
2ª	2	2.001	2.002	2.003	2.004		
3ª	3	3.001	3.002	3.003	3.004	3.005	3.006

Deste modo, conseguiu-se utilizar apenas um vector espectral com 22 posições, ao contrário das 3006 da discretização totalmente uniforme, e das 26 que existiriam se se considerasse uma distribuição sem restrições como exemplificado com a Tab. 2, (algoritmo para frequências não comensuráveis).

De um modo relativamente simples, foi desenvolvida uma ferramenta que permite gerar o mapeamento espectral, desde que o espectro seja discretizado uniformemente a partir de uma frequência ω_x . O algoritmo para a sua geração é apresentado a seguir:

```
% Considere-se f1-l* frequência da discretização; h-espacamento na frequência;
% n-número de tons de entrada
% Cálculo das frequências centrais
f central de entrada=f1+(n-1)/2*h;
for ordem=1 até ordem máxima
    n de tons espalhados(ordem)=ordem*n-(ordem-1);
    f central(ordem)=fcentral*ordem;
end
% Cálculo do espalhamento de cada ordem, sabendo que só se tem de calcular
% as ordens superiores de igual prioridade
if ordem par
    n a DC=round(n de tons espalhados(ordem máxima)/2);
else
    n a DC=round(n de tons espalhados(ordem máxima-1)/2);
end

if ordem par
    n espalhamento par= n de tons espalhados(ordem máxima);
    n espalhamento ímpar= n de tons espalhados(ordem máxima-1);
else
    n espalhamento ímpar= n de tons espalhados(ordem máxima);
    n espalhamento par= n de tons espalhados(ordem máxima-1);
end

% Geração do vector de índice de frequências
% Espalhamento à volta de DC
for x=1:nzero
    saída(x)=h*(x-1);
end

% Espalhamento à volta das frequências positivas

ficou=x+1;

for y=1:omaxima

    if y par então
        n espalhamento= n espalhamento par;
    else
        n espalhamento= n espalhamento ímpar;
    end;

    for x=ficou:(ficou+n espalhamento-1)
        saída(x)=(f central(y)-n espalhamento/2*h)+h/2+h*(x-ficou);
    end

    ficou=x+1;
end
```

Como se pode observar, neste caso, e devido ao uso de fórmulas fechadas, constrói-se o vector índice de frequências com apenas $n_{\text{ciclos}}=(n-1)C_m^2+C_m+1$, (com C_m o $\max(C_o, e)$), o que permite uma diminuição significativa do tempo de inicialização deste vector. Utilizando os algoritmos anteriores propostos, para frequências não comensuráveis, o número de ciclos é de $n_{\text{ciclos}}=343$, contra os 22 necessários utilizando o algoritmo apresentado nesta Tese. O número aumenta conforme se aumenta o número de tons, ou a ordem da não linearidade. O algoritmo para frequências não comensuráveis necessita, ainda, de uma ordenação auxiliar, não necessária neste caso.

C.3 Matrizes de Transformação Espectral

Como agora a discretização não é uniforme desde DC, a ferramenta de convolução temporal linear usual não pode ser utilizada. Desse modo, e tendo conhecimento das propriedades e simetrias do espectro, constrói-se uma nova ferramenta de transformação espectral que permite calcular a transformação equivalente à convolução entre dois vectores espectrais deste tipo.

Para melhor compreender a razão da não utilização da convolução linear clássica, considere-se a sua representação matemática:

$$a(j) = \sum_{i=-N}^N y(i)x(j-i) \quad (12)$$

Se X e Y forem iguais e dados, por exemplo, por vectores espectrais com dois tons e preenchidos até à 2ª ordem, como se mostra na Tab.4, a convolução, $A=X*Y$, poderá ser representada graficamente^v pela Tab.5.

Tab.4 - Vector espectral X,Y.

Frequência	$-2f_2$	$-f_2-f_1$	$-2f_1$	$-f_2$	$-f_1$	f_1-f_2	0	f_2-f_1	f_1	f_2	$2f_1$	f_1+f_2	$2f_2$
Amplitude	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0

Tab.5 - Representação gráfica da convolução espectral circular.

Y→	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	a↓
X→	0													0
X→	0	0												0
X→	0	0	0											0
X→	1	0	0	0										0
X→	1	1	0	0	0									0
X→	0	1	1	0	0	0								0
→														
X→	0	0	0	1	1	0	0	0						2
X→	1	0	0	0	1	1	0	0	0					1
X→	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0				0
X→	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0			0
X→	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0		2
X→	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	4
X→		0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	2
X→			0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
X→				0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
X→					0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
X→						0	0	0	1	1	0	0	0	2
X→							0	0	0	1	1	0	0	1
→														
X→								0	0	0	1	1		0
X→									0	0	0	1		0
X→										0	0	0		0
X→											0	0		0
X→												0		0

Como se pode observar pela Tab.5, a zona compreendida entre os tracejados chama-se matriz de transformação espectral [16]. Essa matriz pode definir-se por: $X*Y=T_X.Y$, com T_X a dita matriz de transformação. O resultado desta operação contém tantos pontos como os do vector de entrada, devido à truncatura realizada anteriormente no espectro.

^v A Tab. 5 corresponde a uma visualização da expressão (12), em que cada linha correspondente a um diferente valor de j.

No caso do vector espectral estar discretizado uniformemente, desde 0Hz, a matriz obtida anteriormente é ainda válida, pois cada posição da transformação irá aparecer na frequência respectiva, sendo equivalente à convolução linear temporal normal. Exemplifiquemos esta afirmação:

Considere-se o vector $X=[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$, o qual tem o seu vector de componentes espectrais representado na Tab.4. Construindo agora a matriz associada de frequências, Tab.6, obtêm-se as frequências correspondentes a cada passo da transformação.

Tab.6 - Representação de cada frequência mistura, para cada passo da transformação.

	$-2f_2$	$-f_2-f_1$	$-2f_1$	$-f_2$	$-f_1$...	
j=7	0	f_1-f_2	$-f_1$	$-f_2$	$-2f_1$...	$-2f_2;-3f_1$
j=8	f_2-f_1	0	f_1-f_2	$-f_1$	$-f_2$...	$-f_2-f_1$
j=9	f_1	f_2-f_1	0	f_1-f_2	$-f_1$...	$f_1-2f_2;-2f_1$
j=10	f_2	f_1	f_2-f_1	0	f_1-f_2	...	$-f_2;-3f_1+f_2$

Como se vê existem produtos, i.e. $-3f_1$, que apesar de caírem à mesma frequência de outras misturas de saída, $-2f_2$, não pertencem a essa posição, devendo ser, por isso, eliminados. Se, por exemplo, a discretização for uniforme desde DC, $f_1=2a$ Hz e $f_2=3a$ Hz com a o ritmo de discretização, então $-2f_2=-6a=-3f_1=-6a$. Se, por outro lado, $f_1=a$ e $f_2=b$, então, apesar de corresponderem à mesma linha, j, não produzem a mesma frequência de mistura. Portanto, esses produtos têm de ser tratados de acordo com a posição a que correspondem. Por análise das tabelas de frequências anteriores, Tab. 6, verifica-se ainda que as frequências que surgem noutras posições não pertencem ao mapeamento previamente realizado de todas as misturas possíveis. Desse modo, a matriz de transformação deverá ser construída por simples deslocação sucessiva do vector espectral a transformar, seguindo-se a anulação das posições referentes a misturas que *a priori* não fazem parte do mapeamento de frequência.

Na verdade nem necessitam de ser eliminados, desde que se considere que neste sistema não linear a influência de termos de ordem superior não é importante. E esta é, exactamente, a assunção aqui feita a partir do momento que se considera apenas uma

decomposição até à 2ª ordem. Deste modo está construída uma ferramenta de transformação bastante geral, seja o espectro discretizado uniformemente, ou não. Esta ferramenta de transformação é apenas dependente do vector índice de mistura, ou mapeamento na frequência, pois é esse vector que determina se uma frequência mistura pertence, ou não, ao mapeamento previamente definido.

O algoritmo possível para criar a matriz de transformação dado um mapeamento é assim:

```

for i=1 até total de misturas
  for j=i até total de misturas
    if frequência de x(j-i+1)+y(i) pertence ao mapeamento then
      Tx(j,i)=x(j-i+1) .
    endif
  end for
end for

```

A matriz de transformação está representada na Tab.6 para este caso.

Tab.7 - Matriz de transformação, a sombreado parte de espectro positivo.

0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	
0	0	1	1	0	0	0							1
0	0	0	1	1	0	0	0						2
1	0	0	0	1	1	0	0	0					1
1	1	0	0	0	1	1	0	0	0				0
0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0			0
0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0		2
0	0	0	1	1	0		0	0	1	1	0	0	4
	0	0	0	1	1		0	0	0	1	1	0	2
		0	0	0	1		1	0	0	0	1	1	0
			0	0	0		1	1	0	0	0	1	0
				0	0		0	1	1	0	0	0	1
					0		0	0	1	1	0	0	2
							0	0	0	1	1	0	1

Outra utilidade da matriz de transformação, é que, em transformações sucessivas, se pode gerar a matriz apenas uma vez, e reutiliza-la a seguir. Exemplificando, considere-se que se pretende calcular a transformação $X*X*X$. Para tal, gera-se inicialmente a matriz T_X , utilizando X , e a seguir realizam-se as multiplicações sucessivas da seguinte maneira:

$$A=X*X=T_X.X$$

$$B = X * X * X = T_X \cdot (X * X) = T_X \cdot A \quad (13)$$

Desta forma, ganha-se bastante tempo de processamento, dependendo do número de transformações sucessivas a efectuar.

A matriz de transformação utiliza-se ainda para calcular a transformação inversa, já referida na secção anterior, que é uma ferramenta de estimação de espectros de funções do tipo $\frac{x(t)}{y(t)}$ [16].

Considere-se a função $z(t)$ dada por: $z(t) = \frac{x(t)}{y(t)}$, com $y(t) \neq 0$, em que se conhece o espectro de $x(t)$ e de $y(t)$. Para calcular o espectro de $z(t)$, tem-se:

$z(t)y(t) = x(t) \Rightarrow Z(\omega) * Y(\omega) = X(\omega)$. Como o vector desconhecido é $Z(\omega)$ e se pode calcular a transformação por $T_Y Z(\omega) = X(\omega)$, então $Z(\omega) = T_Y^{-1} X(\omega)$. À operação realizada chamar-se-á transformação espectral inversa. O problema surge quando a matriz T_Y não permitir inversa. Neste caso a operação não será possível de se realizar, a não ser por métodos aproximados [29]. No caso do uso da transformação inversa para a análise do Balanço Espectral, de acordo com as várias simulações realizadas na prática, e com a literatura estudada [22-23], nunca ocorreu a situação de $\det(T_Y) = 0$, razão pela qual não foi dada muita importância a este problema.

Com esta ferramenta de transformação e o mapeamento na frequência apresentado anteriormente, conseguiu-se reduzir, para as situações de interesse prático, o número de ciclos de pelo menos uma ordem de grandeza. Mesmo assim, se o objectivo for calcular por exemplo 10 tons, cada um com misturas até à 3ª ordem, tem que calcular-se aproximadamente 84 pontos, o que cria uma matriz *Jacobiana* de 7056 pontos por nó.

Por outro lado, como se sabe [2], os termos de mais alta ordem irão criar componentes espectrais a $k f_{\text{médio}}$. No caso em que o próprio funcionamento do circuito se possa considerar um passa baixo até $(k/2) * f_{\text{médio}}$, as componentes espectrais superiores a $(k/2) * f_{\text{médio}}$ serão bastante atenuadas, não sendo por isso necessário o seu cálculo. O

mapeamento na frequência realiza-se assim normalmente, só que, num passo seguinte, se eliminarão termos de frequências superiores a $(k/2)*f_{\text{médio}}$.

No caso de 10 tons e misturas até 3  ordem, se o circuito se comportar como um passa baixo com largura de banda igual a $2f_{\text{médio}}$, então o número de pontos a calcular será de 56, ao contrário dos 84, e a matriz *Jacobiana* terá 3136 pontos por nó, ao contrário dos 7056 já referido. O problema torna-se mais crítico para ordens superiores, em que o número de pontos pode tornar o cáculo impraticável.

C.4 C culo da Matriz Jacobiana no Balanço Espectral

No caso da matriz *Jacobiana*, e devido a todos os c culos serem realizados no domínio espectral, derivar-se-  o modelo no domínio temporal, como no caso do Balanço Harm nico. Só que agora também não há necessidade de calcular a DFT da derivada, pois a derivada de um polin mio continua a ser um polin mio e a derivada de um racional, é ainda um racional. A matriz *Jacobiana*   assim dada por:

$$J(V(\omega)) = \frac{\partial F(V(\omega))}{\partial V(\omega)} = Y(\omega) - \frac{\partial I_{NL}(\omega)}{\partial V(\omega)} \quad (14)$$

em que $\frac{\partial I_{NL}(\omega)}{\partial V(\omega)}$ é equivalente a derivar o modelo da corrente não linear $I_{NL}(\omega)$, em ordem

a $V(\omega)$, obtendo-se assim um vector de i posições referentes a i componentes espectrais. A

derivada $\frac{\partial I_{NL}(\omega)}{\partial V(\omega)}$ calcula-se seguindo o mesmo processo já indicado para a função não

linear, utilizando as técnicas de transformação e ou transformação inversa.

C.5 Diagrama de Blocos Final

O diagrama de blocos do algoritmo de Balanço Espectral é apresentado na figura seguinte. De todos os passos o mais crítico é a geração do mapeamento das frequências iniciais. Uma vez criado esse mapeamento na frequência, é relativamente simples a construção da matriz de transformação e *Jacobiana*.

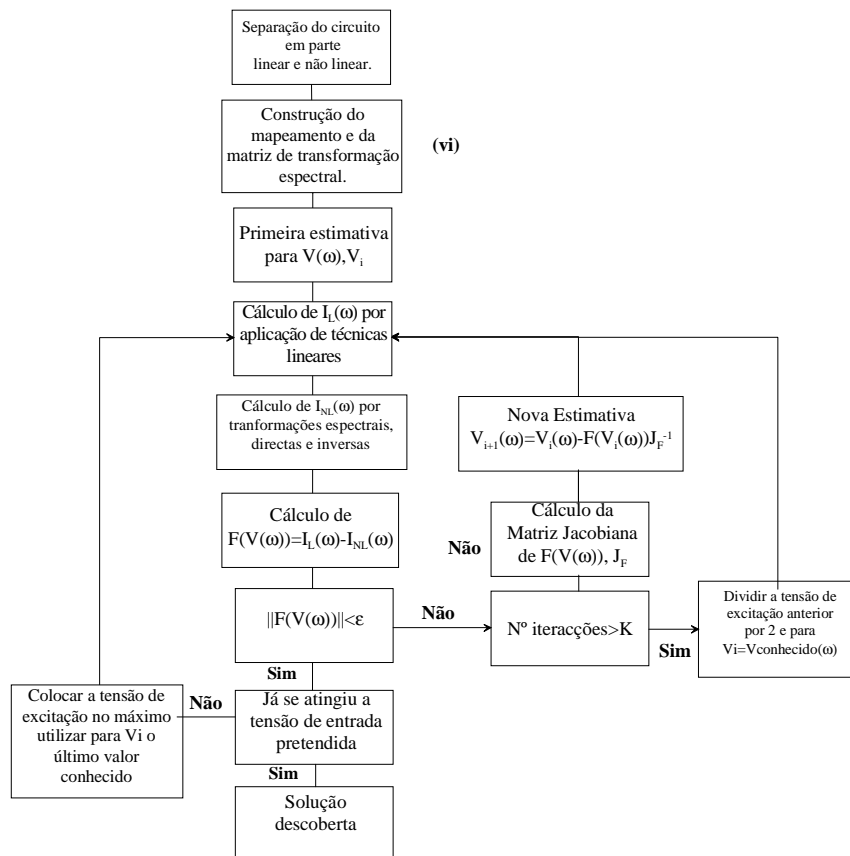


Fig. 8 - Diagrama de blocos completo da técnica de Balanço Espectral^{vi}

Na concretização realizada, o algoritmo de iteração adoptado foi um misto de *Newton*-*Continuação*, já explicado no capítulo 2.

^{vi} O segundo bloco deste diagrama gera o mapeamento necessário para se realizar a simulação, e cria o mapa de posições que indica ao simulador como criar a matriz de transformação.

D. Exemplo de Aplicação

Para demonstrar a eficácia da técnica proposta, para simulação de circuitos não lineares, realizaram-se algumas experiências utilizando para isso um amplificador de alta-frequência em classe B, no qual o elemento activo é um MESFET. O circuito concebido, para efeitos de simulação, está apresentado na Fig.9.

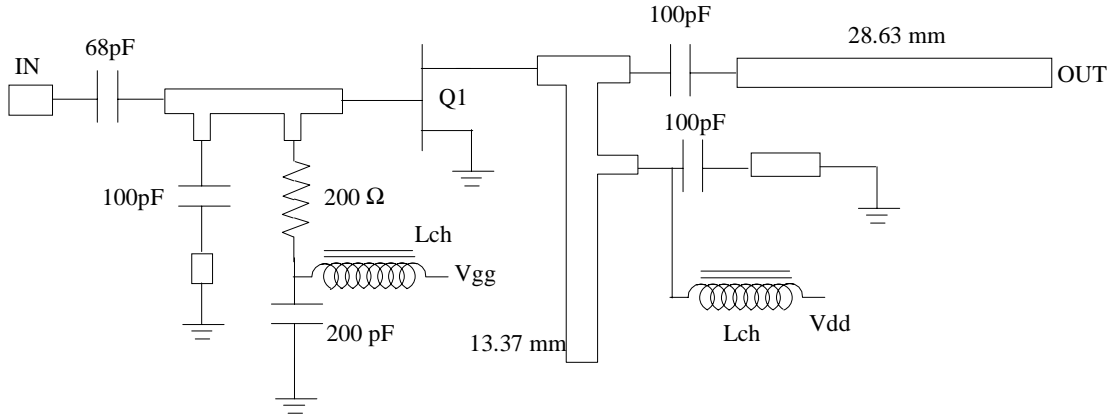


Fig.9 – Diagrama esquemático de um amplificador de potência Classe B.

Neste caso considerou-se que o modelo temporal não linear da corrente de dreno I_{ds} é dado por [30]:

$$I_{ds}(V_{gs}, V_{ds}) = \beta \left[u + \ln(e^u + e^{-u}) \right] \tanh(\alpha V_{ds}) \quad (15)$$

$$u = \frac{1}{2} (h(V_{gs}) - C) \quad (16)$$

$$h(V_{gs}) = A(1 - d(V_{gs})) \quad (17)$$

$$d(V_{gs}) = \sqrt{\frac{V_b - V_{gs}}{V_{po} + \mathcal{W}_{ds}}} \quad (18)$$

Como já havia sido referido na secção C, para aplicar a técnica do Balanço Espectral, é necessário aproximar o modelo não linear por um polinómio ou racional. No nosso caso, e depois da larga discussão realizada na secção anterior, utilizou-se a aproximação racional de *Hermite*. Os resultados de interpolação obtidos por racionais de *Hermite* para a não

linearidade apresentada nas expressões (15) a (18), podem ser observados nas figuras, Fig.10-11, em função das tensões de polarização de dreno, V_{ds} , e porta, V_{gs} .

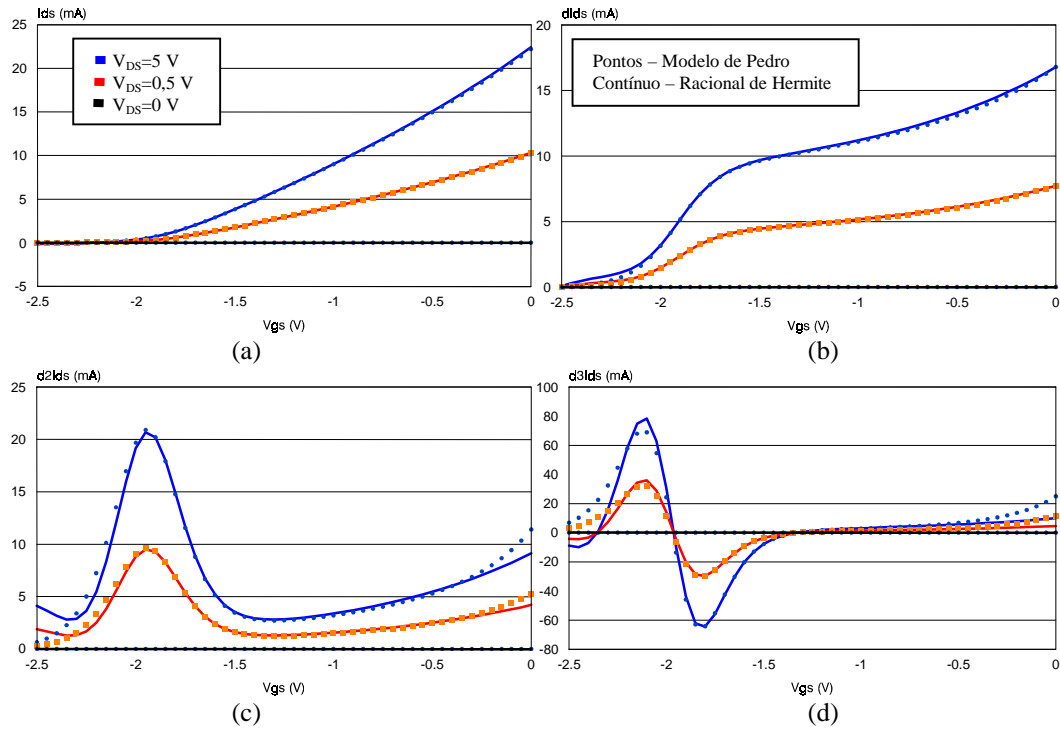


Fig. 10 - I_{ds} vs V_{gs} (a), 1ª derivada (b), 2ª derivada (c) e 3ª derivada (d), para a zona de triódo ($V_{ds}=0$ V e $V_{ds}=0.5$ V) e para a saturação ($V_{ds}=5$ V).

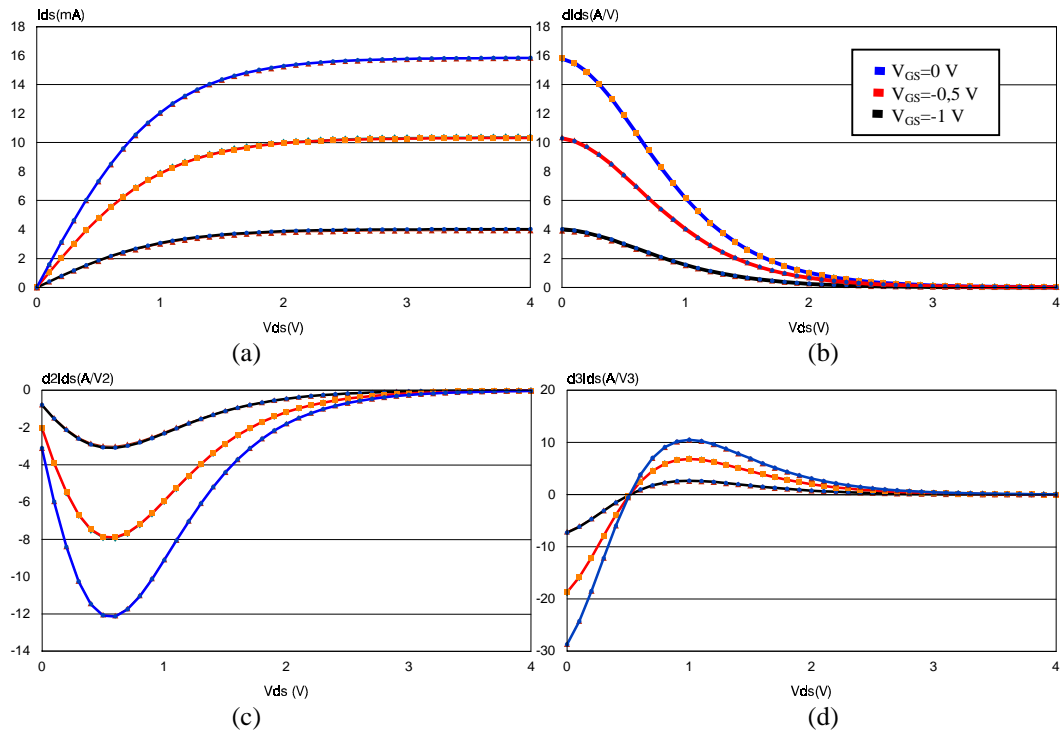


Fig. 11 - I_{ds} vs V_{ds} (a), 1ª derivada (b), 2ª derivada (c) e 3ª derivada (d), para 3 pontos de polarização diferentes de V_{gs} : $V_{gs}=0$ V, $V_{gs}=-0.5$ V e $V_{gs}=-1$ V.

   patente das Fig. 10 e 11 a excelente aproximação que a racional de *Hermite* oferece, não são para a função, como para as suas derivadas.

Depois de se obter os racionais de *Hermite*, aplicou-se a técnica do Balanço Espectral ao circuito da Fig. 9, considerando três tipos diferentes de excitação: 1 tom sinusoidal; 2 tons sinusoidais e um sinal multi-tom, consistindo em 11 tons igualmente espaçados, obtidos da modulação de uma portadora de RF por uma seqüência pseudo-aleatória.

D.1 Teste a Um Tom

Os resultados da excitação a um tom, obtidos de uma máquina comercial de Balanço Harm nico [31], e do simulador aqui implementado, foram comparados com valores reais medidos. Na figura seguinte podem-se observar os resultados para as frequências é fundamental, 2  e 3  harm nicas, quando se realiza um varrimento de potência de entrada.

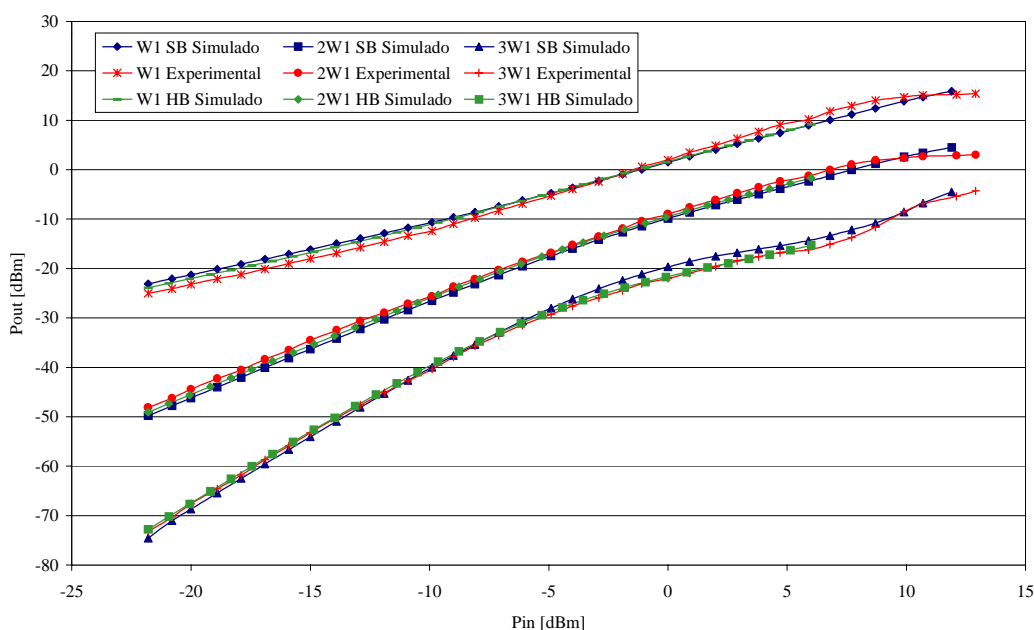


Fig.12 – Resultados de HB e SB comparados com resultados experimentais obtidos da excitação a 1 tom do amplificador de potência Classe B.

Como se pode observar, as diferenças verificadas são muito reduzidas e podem ser justificadas devido ao erro numérico existente no computador.

D.2 Teste a Dois Tons

Outra análise típica utilizada como factor de medida da distorção não linear, é o teste a dois tons. Neste caso, a excitação consiste em dois tons sinusoidais, de frequência próxima, e a medida de distorção obtém-se observando a potência de distorção dentro da banda, ou seja, a potência de distorção que aparece nas riscas de saída perto das componentes fundamentais.

Mais uma vez se realizou uma simulação do circuito da Fig. 9, utilizando o simulador aqui desenvolvido, o simulador comercial de HB e medidas experimentais do circuito. Na Fig. 13 pode-se observar uma das fundamentais, ω_2 , a componente de 2ª ordem $\omega_1 + \omega_2$ e a distorção de intermodulação dentro da banda (IMD) a $2\omega_2 - \omega_1$, para um varrimento da potência de entrada.

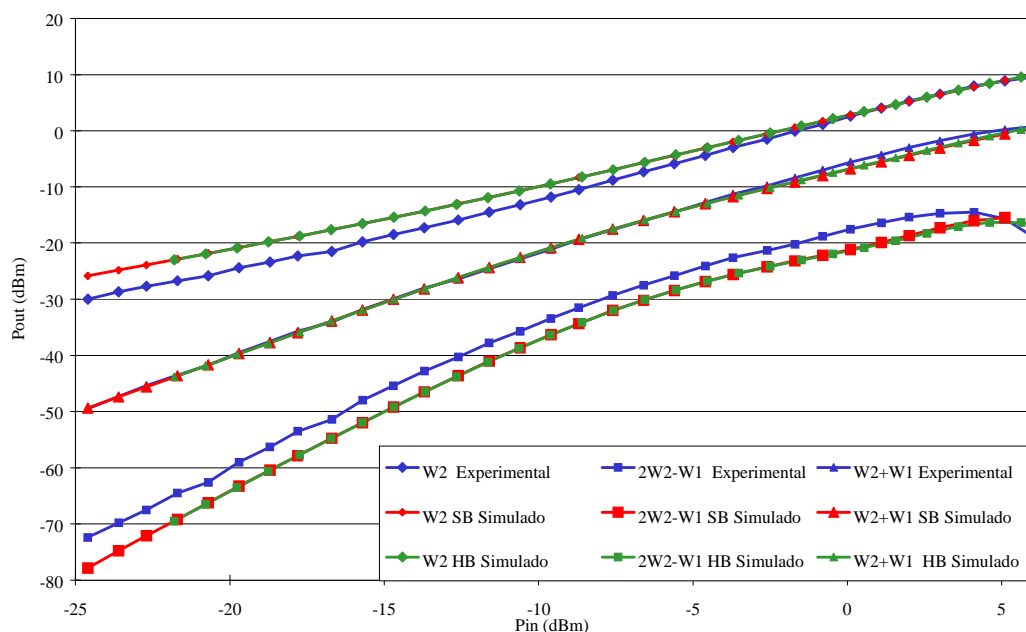


Fig.13 – Resultado de simulação HB e SB comparados com valores experimentais quando se excita o amplificador de potência com uma entrada duplo tom.

Apesar destes resultados não serem tão bons como os anteriores, podem ainda assim considerar-se bastante aceitáveis. A diferença de resultados simulados e experimentais é no entanto igual entre a simulação de Balanço Harmónico e Balanço Espectral, lavando-nos a

crer, que essa diferença nada tem a ver com a técnica de simulação, mas sim com a modelação da não linearidade, possivelmente do díodo de entrada do MESFET.

D.3 Teste Multi-Tom

Uma nova forma de avaliação da distorção não linear, consiste na excitação do circuito com um sinal multi-tom, medindo a diferença de potências entre o sinal fundamental à saída, e a distorção que irá aparecer dentro da banda perto desses mesmos sinais, regeneração de espectro. Este factor de medida não linear chama-se de Relação de Potência Adjacente, ACPR [32].

Devido ao programa comercial de HB [31] devolver um erro de atribuição de memória, sempre que se tenta simular um circuito não linear com mais do que 7 tons de entrada^{vii}, teremos de comparar os resultados simulados, utilizando o simulador aqui desenvolvido, apenas com os valores medidos na prática.

Devido a este tipo de análise não ser ainda universal e consensual, não existem bancadas de medida padrão para realizar este tipo de teste. Por isso foi desenvolvida uma bancada de medida, que permitiu a sua realização.

D.3.1 Bancada de Medida Experimental para Regeneração de Espectro

A bancada de medida consiste na modulação de uma sinusóide de alta frequência por um sinal banda base, originado de uma sequência pseudo aleatória filtrada. No domínio da frequência este sinal não é mais do que um espectro multi-tom centrado na portadora com espaçamento uniforme a $1/T_L$, em que T_L é o período de repetição da sequência de banda base.

^{vii} Este facto deve-se a restrições de memória da *workstation* no qual o programa está instalado, 128Mbytes.

A simulação de sinais multi-tons torna-se bastante difícil, pois pode-se provar, apêndice A, que a fase atribuída aos diversos tons de excitação a simular é bastante importante [33]. No caso em estudo, a fase dos diversos tons foi obtida discretizando o sinal banda base com um osciloscópio digital e considerando que a sua largura de banda pode ser considerada pequena quando comparada com a largura de banda de todo o sistema. É assim possível assumir que a relação de fases à banda base se mantém constante durante todo o processamento. O esquema da bancada de medida pode ser observado na Fig. 14.

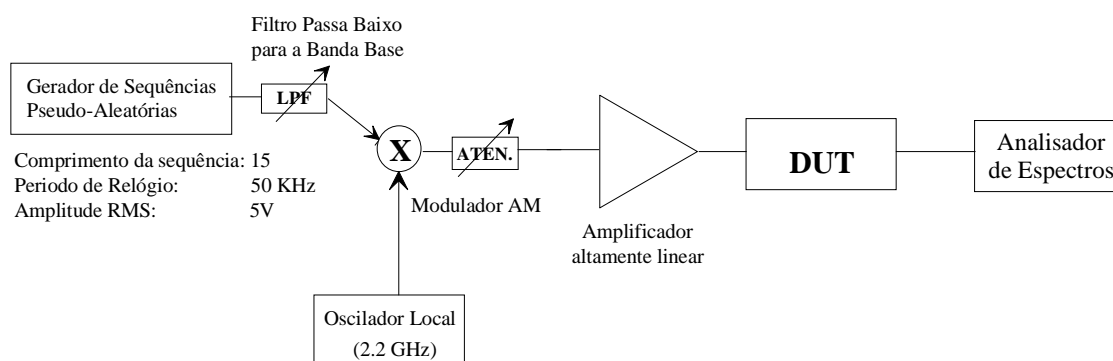


Fig.14 – Bancada de medida utilizada para a medição do teste de regeneração de espectro.

O filtro passa baixo de banda base serve para realizar a formatação do número de tons que se pretende fornecer ao circuito.

A potência de cada risca do espectro de entrada utilizado na simulação e a respectiva relação de fases podem ser observadas na Fig.15.

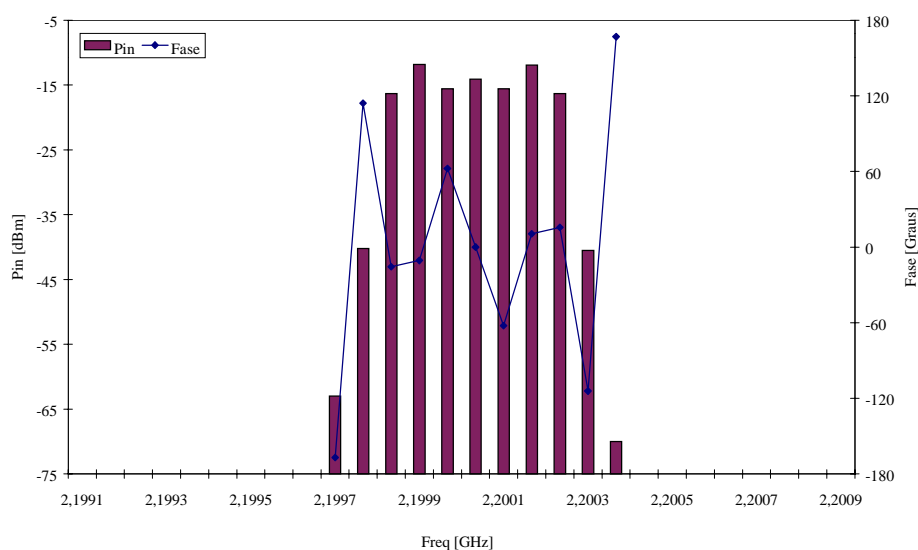


Fig. 15 – Espectro de entrada para o teste de regeneração de espectro.

No capítulo 5, será apresentado um estudo pormenorizado deste tipo de sinais de excitação.

D.3.2 Resultados da Regeneração de Espectro

Apesar de se ter simulado a resposta do circuito até à quinta harmónica, apenas a regeneração de espectro dentro da banda de 3ª e 5ª ordem medida e simulada se apresenta na Fig.16.

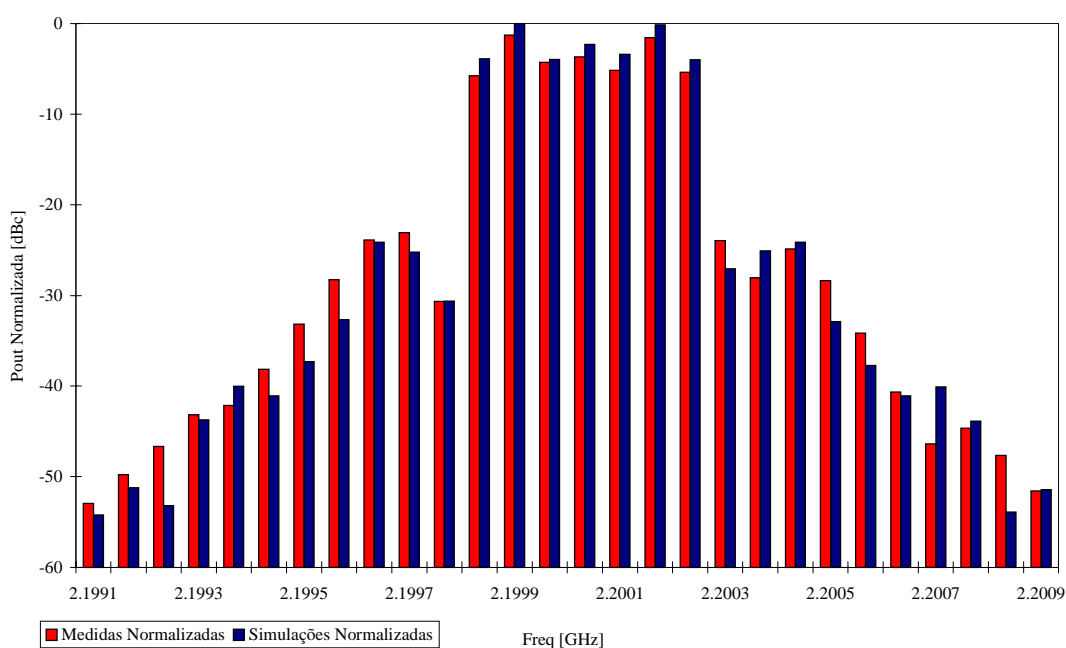


Fig.16 – Comparação entre valores simulados (SB) e medidos.

Comparando estes e os resultados anteriores, pode-se concluir que o simulador aqui desenvolvido fornece bons resultados quando o amplificador de potência é excitado por um tom, dois tons ou ainda por sinais multi-tom.

E. Conclusões

Como se pode observar pelas Fig.'s 12-16 a análise Balanço Harmónico, quando é possível de realizar, e a análise exemplificada neste capítulo chegam ao mesmo tipo de resultados.

Se compararmos o Balanço Harmónico com o Balanço Espectral, no caso de um tom, o HB necessita calcular um sistema de dez incógnitas, correspondentes ao estado estacionário, enquanto que o SB apenas necessitará de calcular 6 incógnitas, correspondendo às frequências a calcular.

Analizando agora o segundo caso proposto, dois tons, observa-se que a semelhança entre os resultados da técnica do Balanço Espectral e da do Balanço Harmónico é significativa. Nesta situação constata-se ainda que o Balanço Espectral calculou o valor de saída com muito menos número de incógnitas do que o Balanço Harmónico, pelas razões previamente discutidas.

Finalmente, o último exemplo só é possível de analisar utilizando a técnica aqui proposta, devido a limitações de memória da técnica de Balanço Harmónico.

Como conclusão final, pode-se afirmar que o Balanço Espectral é mais rápido, necessita de menor quantidade memória, do que a análise tipo Balanço Harmónico, e calcula directamente o regime estacionário para simular circuitos não lineares no domínio espectral.

Resume-se a seguir, os diversos tipos de discretização a utilizar, de acordo com o espectro de sinal de entrada.

Espectro Contínuo de Banda Larga.

Entenda-se por espectro contínuo de banda larga aquele que apresenta componentes desde DC até uma frequência ω_0 , como exemplificado na Fig. 5.

Neste caso a discretização deverá ser uniforme, sendo DC a 1ª frequência considerada, e todas as outras são calculadas utilizando a fórmula $\omega_k = k * \Delta h$ com Δh o ritmo de amostragem na frequência. Δh deverá ser tal que permita contabilizar todas as particularidades do espectro a analisar, sem perder informação útil.

Espectro Contínuo de Banda Estreita

O espectro contínuo de banda estreita define-se como aquele que apenas tem componentes numa curta banda do espectro útil, Fig. 6.

A discretização neste tipo de espectro é realizada também uniformemente, só que além da distorção á volta de DC as outras componentes começarão a ser discretizadas a partir de $m\omega_{central}$, com $m \geq 1$:

$$\omega_k = m\omega_{central} - \Delta h \left(\frac{n_{te} - 1 - 2k}{2} \right), \quad (19)$$

com $m=1,2,..c$, c a ordem da não linearidade, Δh o espaçamento na frequência, $k=1 \dots (n_{te}-1)$, n_{te} o número de tons espalhados, dada pela expressão (11) e $\omega_{central}$ a frequência central do espectro de entrada.

A componente a DC é sempre considerada independentemente do tipo de espectro, pois as misturas de ordem par surgem sempre a DC, por exemplo, $\omega_1 - \omega_1$.

Este tipo de discretização permite, como já foi visto, uma melhor utilização do algoritmo de Balanço Espectral.

Espectro Discreto com Tons Não Proporcionais Entre Si

Neste caso, o espectro já está discretizado, Fig.2, o problema de discretização não é colocado. O Balanço Espectral fica bastante pesado para um grande número de tons.

F. Referências

- [1] S. Maas, "Nonlinear Analysis in RF Design", RF Design, pp. 58-63, Março, 1995.
- [2] S. Maas, *Nonlinear Microwave Circuits*, Artech House, 1988.

- [3] N. Wiener, *Nonlinear Problems in Random Theory*, Technology Press, New York, 1958.
- [4] Eli Van den Eijnde, “Steady-State analysis of Strongly Nonlinear Circuits”, Doctor Thesis, Vrije Universiteit Brussel, Fac. Toegespaste Wetenschappen, Department ELEC, Brussels, Belgium, 1989.
- [5] Lennart Gustafsson, G. H. Bertil Hansson e K. Ingener Lundstrom, “On the Use of Describing Functions in the Study of Nonlinear Active Microwave Circuits”, *IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques*, pp. 402-409, Vol. 20, Junho, 1972.
- [6] Lennart Gustafsson, K. Ingener Lundstrom e G.H.Bertil Hansson, “Basic Properties of Subharmonic Injection Locking”, *IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques*, pp. 28-34, Vol.21, Janeiro, 1973.
- [7] Andy Howard, “Circuit Envelope Simulator Analyses High-Frequency Modulated Signals”, *RF Design*, pp.36-45, Setembro, 1995.
- [8] “Circuit Envelope Simulator for Fast Results on Complex Signals”, *High-Frequency Alliance*, pp-3-5, 1995.
- [9] “Circuit Envelope Simulator”, HP 85148A Data-Sheet, 1995.
- [10] Michael S. Nakhla, Jiri Vlach, “A Piecewise Harmonic Balance Technique for Determination of Periodic Response of Nonlinear Systems”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, pp.85-91, Vol.23, Fevereiro, 1976.
- [11] Vittorio Rizzoli, Andrea Neri, “State of the Art and Present Trends in Nonlinear Microwave CAD Techniques”, *IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques*, pp.343-365, Vol 36, Fevereiro, 1988
- [12] George W. Rhyne, Michael B. Steer e Bevan D. Bates, “Frequency-Domain Nonlinear Circuit Analysis Using Generalized Power Series”, *IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques*, pp. 379-387, Vol.36, Fevereiro, 1988.
- [13] John H. Haywood, “Intermodulation Distortion Analysis Using a Frequency-Domain Harmonic Balance Technique”, *IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques*, pp.1251-1257, Vol.36, Agosto, 1988.
- [14] Tapani Närhi, “Analysis of Strongly Nonlinear circuits with a frequency-Domain method coupled with a consistent large-signal model”, *IEEE-Microwave Theory and Techniques Symposium Digest*, pp. 633-636, 1993.
- [15] Tapani Närhi, “Frequency-Domain Analysis of Strongly Nonlinear Circuits Using a Consistent Large-Signal Model”, *IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques*, pp. 182-192, Vol.44, Fevereiro, 1996.

- [16] Chao-Reng Chang, Michael B. Steer, George W. Rhyne, “Frequency-Domain Spectral Balance Using the Arithmetic Operator Method”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp. 1681-1688, Vol.37, Novembro, 1989.
- [17] Chao-Ren Chang, Patrick L. Heron, Michael B. Steer, “Harmonic Balance and Frequency Domain Simulation of Nonlinear Microwave Circuits Using the Block Newton Method”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.431-434, Vol.38, Abril, 1990.
- [18] Kenneth S. Kundert, Jacob K. White, Albert Sangiovanni-Vicentelli, *Steady-State Methods for Simulating Analog and Microwave Circuits*, Kluwer Academic Publishers, 1990.
- [19] Allan Pinkus e Samy Zafrany, *Fourier Series and Integral Transforms*, Cambridge University Press, Cambridge, 1ª Edição, 1997.
- [20] Leon O.Chua, Ako Ushida, “Frequency-Domain Analysis of Nonlinear Circuits Driven by Multi-Tone Signals”, IEEE-Transactions on Circuits and Systems, pp.1294-1307, Vol.31, Setembro, 1981.
- [21] Kenneth S. Kundert, Gregory B.Sorkin, Alberto Sangiovanni-Vicentelli, “Applying Harmonic Balance to Almost-Periodic circuits”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.366-378, Vol.36, Fevereiro, 1988.
- [22] Chao-Reng-Chang, "Computer-Aided Design of Nonlinear Microwave Analog Circuits Using Frequency-Domain Spectral Balance", Doctor Thesis, Center for communications and Signal processing Department Electrical and Computer Engineering, North Carolina State University, TR 90/12, Outubro, 1990.
- [23] Tapani Närhi, “Frequency-domain Analysis of Nonlinear Microwave Circuits”, Doctor Thesis, Technical Research Center of Finland, VTT, ESPOO, 1993.
- [24] Michael B. Steer e Peter J. Khan, “An Algebraic Formula for the Output of a System With Large-Signal, Multifrequency Excitation”, Proceedings of the IEEE, pp.177-179, Vol 71, Janeiro, 1983.
- [25] Stephen A. Maas, “How to Model Intermodulation Distortion”, IEEE Microwave Theory and Techniques Symposium Digest, pp. 149-151, 1991.
- [26] Annie Cuyt, Luc Wuytack, *Nonlinear Methods in Numerical Analysis*, North-Holland Mathematics Studies, 136, 1991.
- [27] Annie Cuyt e Verdonk B., *Multivariate rational interpolation*, Computing 34, pp. 41-61, 1985.
- [28] E. Ngoya, Jean Rousset, Michel Gayral, Raymond Quere, Juan Obregon, “Efficient Algorithms for Spectra Calculations in Nonlinear Microwave Circuits Simulators”, IEEE-Transactions on Circuits and Systems, pp 1339-1355, Vol 37, Novembro, 1990.

- [29] Rémy Prost e Robert Goutte, “Deconvolution When the Convolution Kernel Has No Inverse”, IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, pp. 542-549, Vol. ASSP-25, N°6, Dezembro, 1977.
- [30] José Carlos Pedro e Jorge Perez, “A Novel Nonlinear GaAs FET Model for Intermodulation Analysis in General Purpose Harmonic Balance Simulators”, 23rd European Microwave Conference, pp. 714-716, Madrid, Setembro, 1993.
- [31] MDS, HP 85150B Microwave and RF Design Systems, Hewlett Packard, 1994.
- [32] S. A. Maas, “Volterra Analysis of Spectral Regrowth”, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, pp. 192-193, Vol. 7, Julho, 1997.
- [33] R. Hajji, F. Beaugerard e F. Gannouchi, “Multitone Power and Intermodulation Load-Pull Characterisation of Microwave Transistors Suitable for Linear SSPA’s Design”, IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech., pp.1093-1099, Vol. MTT-45, No. 7, Julho, 1997.

4

Estudo da Distorção Não Linear em Amplificadores

A. Introdução

Pretende-se com este capítulo estudar a distorção não linear num dispositivo de transferência, o que permite a compreensão dos seus mecanismos de geração em amplificadores e, futuramente, a sua optimização. Utilizam-se as ferramentas de simulação propostas anteriormente, como suporte a este estudo.

Outros autores [1-4] realizaram estudos de distorção em amplificadores. *Pedro* [1] estudou os efeitos de distorção de intermodulação de sinal fraco, em amplificadores de RF e microondas, utilizando para o efeito as séries de *Volterra*. Esse estudo permitiu-lhe obter conclusões interessantes, como por exemplo, a constatação de que a distorção não linear de sinal fraco varia com o ponto de polarização de porta, V_{GS} , e dreno, V_{DS} , de um MESFET.

Esse facto, permitiu-lhe projectar amplificadores de estado da arte em distorção não linear. No trabalho de *Pedro* [3] é calculado o valor óptimo de tensão de polarização da porta, de modo a obter uma distorção de 3ª ordem nula para sinal fraco, ponto esse a que se chamou de *sweet-spot*.

Outros autores [4-6] estudaram os mesmos efeitos em sinal fraco, utilizando as séries de *Volterra*, permitindo-lhes obter conclusões analíticas fechadas.

Apesar do comportamento de sinal fraco de um amplificador poder ser perfeitamente caracterizado por séries de *Volterra*, o seu comportamento de sinal forte não o pode ser [2], devido ao reduzido domínio de convergência destas séries. Sendo assim, vários autores [7-10] recorrendo a medidas experimentais e/ou simulações de HB, limitaram-se a observar alguns fenómenos “estranhos”, que ocorrem nas zonas de sinal forte dos amplificadores.

Blanco [7] verificou a existência de um mínimo de distorção num amplificador baseado em MESFET e tentou aproximar a sua característica, por um polinómio, para assim poder simular o circuito utilizando um modelo comportamental.

Scott [8] verificou e considera bastante útil o chamado *Sweet Spot* de sinal forte, que ocorre em amplificadores baseados em LDMOS, por forma a melhorar as características de distorção não linear de sinal forte deste tipo de amplificadores.

Parker [10] calcula o valor da impedância de carga ideal, de modo a gerar um mínimo à n ª harmónica, derivado da distorção cruzada da não linearidade da conductância de saída com a da transconductância.

Nesta tese, propõe-se o estudo da distorção não linear em amplificadores de RF e microondas, quer em sinal fraco, quer em sinal forte. Pretende-se assim, explicar os fenómenos observados por estes diversos autores, mas que até agora carecem de explicação.

Na secção seguinte, apresentam-se as bases matemáticas para o estudo destes efeitos, e nas secções posteriores, aplica-se essa formulação matemática, ao caso específico de um MESFET.

B. Modelação da Distorção num Dispositivo de Transferência

Nesta secção, estuda-se a distorção não linear provocada por um dispositivo de transferência não aut nomo, quando excitado por um sinal sinusoidal. Não se tem em vista um dispositivo de dois portos, devido à necessidade de se considerarem algumas restrições, conducentes   simplificação do problema. Essas restrições estabelecem ainda algumas condições fronteira nos portos de entrada e saída do dispositivo.

Para esse efeito considere-se que o circuito pode ser descrito pela Fig.1.

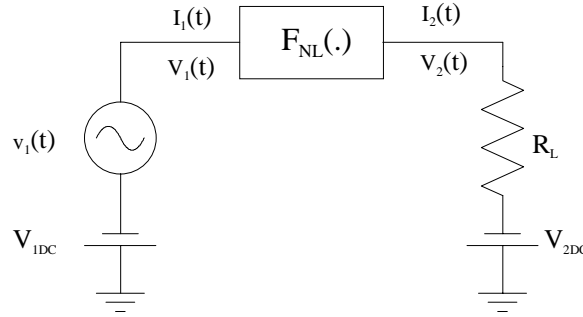


Fig. 1 - Circuito de testes.

As condições fronteira consideradas são as seguintes: no porto de saída, $[V_2(t), I_2(t)]$, o circuito está terminado por uma carga linear conhecida; no porto de entrada, $[V_1(t), I_1(t)]$, o dispositivo é atacado por uma fonte de tensão ideal, Fig.1. Torna-se assim possível converter este circuito de dois portos, num dispositivo de transferência. Considera-se ainda, que a sua característica pode ser representada por uma função não linear, que relaciona apenas as excitação de entrada, $V_1(t)$, a saída, $I_2(t)$ e suas derivadas:

$$I_2(t) = f_{NL} \left(V_1(t); V_2(t); \frac{\partial V_1(t)}{\partial t}; \frac{\partial V_2(t)}{\partial t}; \dots; \frac{\partial^n V_1(t)}{\partial t^n}; \frac{\partial^n V_2(t)}{\partial t^n} \right) \quad (1)$$

Para se estudar o seu comportamento não linear, quando excitado por um sinal sinusoidal, considera-se o seguinte sistema de equações não lineares:

$$\begin{cases} I_2(t) = f_{NL}\left(V_1(t); V_2(t); \frac{\partial V_1(t)}{\partial t}; \frac{\partial V_2(t)}{\partial t}; \dots; \frac{\partial^n V_1(t)}{\partial t^n}; \frac{\partial^n V_2(t)}{\partial t^n}\right) \\ V_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} z_L(\tau) I_2(t - \tau) d\tau \end{cases} \quad (2)$$

Para resolver este sistema pode-se recorrer a um processo iterativo, no qual se impõe $V_1(t)$ e se pretende calcular $I_2(t)$, esperando que $I_2(t)$ convirja para a solução de (2). Um importante problema associado a este processo iterativo, é o facto de não fornecer informação quantitativa. Pode, no entanto, contornar-se este problema, dividindo-o em dois problemas parciais distintos. Um deles será a resposta a um sinal de entrada fraco, seguido da resposta a um sinal de entrada forte. O primeiro será resolvido recorrendo às séries de *Volterra*, enquanto que para o segundo se recorrerá à Função Descritiva.

B.1 Resposta a Sinal Fraco Usando as Séries de Volterra

Considerando que o sinal de entrada é fraco, e utilizando a teoria das séries de *Volterra* [11], apresentada no capítulo 2, obtém-se, utilizando a expressão (2), a decomposição em séries de *Volterra* da resposta do dispositivo a analisar:

$$\begin{cases} i_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1^1(\tau) v_1(t - \tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} h_1^2(\tau) v_2(t - \tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} h_2^1(\tau_1, \tau_2) v_1(t - \tau_1) v_1(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \\ + \int_{-\infty}^{\infty} h_2^2(\tau_1, \tau_2) v_2(t - \tau_1) v_2(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \int_{-\infty}^{\infty} h_2^{12}(\tau_1, \tau_2) v_1(t - \tau_1) v_2(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots \\ v_2(t) = - \int_{-\infty}^{\infty} z_L(\tau) i_2(t - \tau) d\tau \end{cases} \quad (3)$$

em que :

$$v_1(t) = V_1(t) - V_{1DC}$$

$$v_2(t) = V_2(t) - V_{2DC}$$

$$i_2(t) = I_2(t) - I_{2DC}$$

com \mathbf{X}_{IDC} , o ponto de polarização pretendido, e h_i^{jk} a resposta impulsional não linear de *Volterra* de ordem \mathbf{i} , relativa aos portos \mathbf{j} e \mathbf{k} .

Transformando agora as expressões para o domínio espectral, obtém-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{2c}(t) = \frac{1}{2^c} \sum_{q_1=-Q}^Q \sum_{q_2=-Q}^Q \cdots \sum_{q_c=-Q}^Q V_{1,q_1} V_{1,q_2} \cdots V_{1,q_c} H_c^1(\omega_{q_1}; \omega_{q_2}; \cdots; \omega_{q_c}) e^{j(\omega_{q_1}; \omega_{q_2}; \cdots; \omega_{q_c})t} + \\ + \frac{1}{2^c} \sum_{q_1=-Q}^Q \sum_{q_2=-Q}^Q \cdots \sum_{q_c=-Q}^Q V_{2,q_1} V_{2,q_2} \cdots V_{2,q_c} H_c^2(\omega_{q_1}; \omega_{q_2}; \cdots; \omega_{q_c}) e^{j(\omega_{q_1}; \omega_{q_2}; \cdots; \omega_{q_c})t} + \\ + \text{misturas de } V_1 \text{ com } V_2 \\ v_{2c}(t) = -\frac{1}{2} Z_L(\omega_c) e^{j\omega_c t} \end{array} \right. \quad (4)$$

com \mathbf{c} a ordem a considerar e \mathbf{Q} o número máximo de harmónicas da excitação de entrada.

Como se pode observar, este sistema ao contrário do da expressão (1), apesar de bastante complexo, já apresenta uma solução analítica para cada frequência harmónica individual. De modo a simplificar ainda mais o problema, considerar-se-á que a função não linear que descreve o dispositivo não apresenta memória, pelo que :

$$I_2(t) = f_{\text{NL}}[V_1(t); V_2(t)]; \quad (5)$$

Isto permite a simplificação do sistema (3) acima descrito:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_2(t) = h_1^1 v_1(t) + h_1^2 v_2(t) + h_2^1 v_1^2(t) + h_2^2 v_2^2(t) + h_2^{12} v_1(t) v_2(t) + h_3^1 v_1^3(t) + h_3^2 v_2^3(t) + \\ + h_3^{122} v_1(t) v_2^2(t) + h_3^{112} v_1^2(t) v_2(t) + \cdots \\ v_2(t) = -\int_{-\infty}^{\infty} z_L(\tau) i_2(t - \tau) d\tau \end{array} \right. \quad (6)$$

Sendo assim, os h_i são as respostas impulsionais não lineares de *Volterra* de uma função não linear sem memória. Esses operadores não são mais do que os diferentes termos de uma expansão em série de *Taylor* da função não linear em torno do seu ponto de polarização DC, ou seja:

$$\begin{aligned}
 h_1^1 &= \left. \frac{\partial f_{NL}(V_1(t); V_2(t))}{\partial V_1(t)} \right|_{\substack{V_1(t)=V_{1DC} \\ V_2(t)=V_{2DC}}} ; & h_1^2 &= \left. \frac{\partial f_{NL}(V_1(t); V_2(t))}{\partial V_2(t)} \right|_{\substack{V_1(t)=V_{1DC} \\ V_2(t)=V_{2DC}}} \\
 h_2^1 &= \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 f_{NL}(V_1(t); V_2(t))}{\partial^2 V_1(t)} \right|_{\substack{V_1(t)=V_{1DC} \\ V_2(t)=V_{2DC}}} ; & h_2^2 &= \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 f_{NL}(V_1(t); V_2(t))}{\partial^2 V_2(t)} \right|_{\substack{V_1(t)=V_{1DC} \\ V_2(t)=V_{2DC}}} ; \\
 h_2^{12} &= \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 f_{NL}(V_1(t); V_2(t))}{\partial V_1(t) \partial V_2(t)} \right|_{\substack{V_1(t)=V_{1DC} \\ V_2(t)=V_{2DC}}} ; & & \\
 h_3^1 &= \frac{1}{3!} \left. \frac{\partial^3 f_{NL}(V_1(t); V_2(t))}{\partial^3 V_1(t)} \right|_{\substack{V_1(t)=V_{1DC} \\ V_2(t)=V_{2DC}}} ; & h_3^2 &= \frac{1}{3!} \left. \frac{\partial^3 f_{NL}(V_1(t); V_2(t))}{\partial^3 V_2(t)} \right|_{\substack{V_1(t)=V_{1DC} \\ V_2(t)=V_{2DC}}} ; \\
 h_3^{112} &= \frac{1}{3!} \left. \frac{\partial^3 f_{NL}(V_1(t); V_2(t))}{\partial^2 V_1(t) \partial V_2(t)} \right|_{\substack{V_1(t)=V_{1DC} \\ V_2(t)=V_{2DC}}} ; & h_3^{122} &= \frac{1}{3!} \left. \frac{\partial^3 f_{NL}(V_1(t); V_2(t))}{\partial V_1(t) \partial^2 V_2(t)} \right|_{\substack{V_1(t)=V_{1DC} \\ V_2(t)=V_{2DC}}} ; \dots
 \end{aligned} \tag{7}$$

Considerando agora, que se expande a não linearidade utilizando uma série de *Taylor* apenas até à 3ª ordem e que:

$$v_1(t) = \frac{1}{2} \sum_{q=-Q}^Q V_{1q} e^{j\omega_q t} ; v_2(t) = \frac{1}{2} \sum_{q=-Q}^Q V_{2q} e^{j\omega_q t} , \text{ em que } V_{1q} \text{ e } V_{2q} \text{ são complexos, obtém-se :}$$

$$\left\{ \begin{aligned}
 i_2(t) &= \frac{1}{2} H_1^1 \sum_{q=-Q}^Q V_{1q} e^{j\omega_q t} + \frac{1}{2} H_1^2 \sum_{q=-Q}^Q V_{2q} e^{j\omega_q t} + \frac{1}{4} H_2^1 \sum_{q_1=-Q}^Q \sum_{q_2=-Q}^Q V_{1q_1} V_{1q_2} e^{j(\omega_{q_1} + \omega_{q_2})t} + \\
 &+ \frac{1}{4} H_2^2 \sum_{q_1=-Q}^Q \sum_{q_2=-Q}^Q V_{2q_1} V_{2q_2} e^{j(\omega_{q_1} + \omega_{q_2})t} + \frac{1}{4} H_2^{12} \sum_{q_1=-Q}^Q \sum_{q_2=-Q}^Q V_{1q_1} V_{2q_2} e^{j(\omega_{q_1} + \omega_{q_2})t} + \\
 &+ \frac{1}{8} H_3^1 \sum_{q_1=-Q}^Q \sum_{q_2=-Q}^Q \sum_{q_3=-Q}^Q V_{1q_1} V_{1q_2} V_{1q_3} e^{j(\omega_{q_1} + \omega_{q_2} + \omega_{q_3})t} + \frac{1}{8} H_3^2 \sum_{q_1=-Q}^Q \sum_{q_2=-Q}^Q \sum_{q_3=-Q}^Q V_{2q_1} V_{2q_2} V_{2q_3} e^{j(\omega_{q_1} + \omega_{q_2} + \omega_{q_3})t} + \\
 &+ \frac{1}{8} H_3^{112} \sum_{q_1=-Q}^Q \sum_{q_2=-Q}^Q \sum_{q_3=-Q}^Q V_{1q_1} V_{1q_2} V_{2q_3} e^{j(\omega_{q_1} + \omega_{q_2} + \omega_{q_3})t} + \frac{1}{8} H_3^{122} \sum_{q_1=-Q}^Q \sum_{q_2=-Q}^Q \sum_{q_3=-Q}^Q V_{1q_1} V_{2q_2} V_{1q_3} e^{j(\omega_{q_1} + \omega_{q_2} + \omega_{q_3})t}
 \end{aligned} \right.$$

$$V_2(\omega) = -Z_L(\omega) I_2(\omega) \tag{8}$$

O sistema será assim resolvido para cada componente espectral, obtendo-se, uma descrição da corrente $i_2(t)$ em função de $v_1(t)$ da seguinte maneira:

$i_2(t) = f_{NLss}[v_1(t)] = SS[v_1(t)]$; em que $SS[v_1(t)]$ corresponde à resposta de sinal fraco do sistema, no domínio temporal.

$SS[v_1(t)]$ fornecerá o valor da corrente de saída, quando a tensão de entrada é alterada do seu ponto de repouso numa excursão de pequeno sinal. A sua transformada de *Fourier*, $SS(DC, A, \omega, h) = \mathfrak{F}[SS[v_1(t)]]$, é a resposta de sinal fraco no domínio espectral da não linearidade.

Como já foi referido, se o objectivo for sinal forte, então o número de termos a considerar na série de *Taylor* deverá ser superior. Este incremento depende da função não linear a aproximar e da excursão do sinal. Se se continuar a aumentar o nível do sinal de excitação, então o sistema não linear será de tal maneira forte, que não será viável a sua aproximação por séries de *Volterra*. Nesse caso, a utilização da Função Descritiva apresenta-se como a alternativa mais interessante, de modo a manter a descrição do comportamento do circuito de forma analítica.

B.2 Resposta a Sinal Forte Usando a Função Descritiva

De modo a descrever a aplicação da Função Descritiva [12] ao circuito da Fig. 1, considere-se de novo o sistema não linear (2).

A aplicação desta técnica a um sistema não linear supõe o conhecimento da excitação de entrada. Como já foi discutido no capítulo 2, existem algumas Funções Descritivas desenvolvidas para determinadas excitações pré-definidas, as quais podem ser utilizadas no caso a estudar. Quando o sinal de excitação é sinusoidal, pode-se utilizar a DF (*Sinusoidal Describing Function*). Se o sinal consistir num duplo tom sinusoidal então a TSIDF (*Two Sinusoidal Input Describing Function*) será a mais adequada.

Todas estas funções descritivas estão descritas na literatura [12] e existem inclusive DF resolvidas para não linearidades típicas [13]. No caso aqui estudado, pretende-se que a DF seja utilizada numa função característica não linear geral e que a excitação de entrada, seja também o mais geral possível.

A resolução analítica da função descritiva, é assim muito complexa, ou não existe mesmo. Desde que não sejam realizadas algumas simplificações, é apenas possível obter uma resolução numérica do problema.

De modo a exemplificar o uso da DF, considere-se uma excitação de entrada sinusoidal e o sistema não linear (2):

$$\begin{cases} v_1(t) = V_{1DC} + A \cos(\omega t) \\ I_2(DC, A, \omega, n) = \frac{j2}{AT} \int_0^T f_{NL} \left(V_1(t); V_2(t); \frac{\partial V_1(t)}{\partial t}; \frac{\partial V_2(t)}{\partial t}; \dots; \frac{\partial^n V_1(t)}{\partial t^n}; \frac{\partial^n V_2(t)}{\partial t^n} \right) e^{-j\omega t} dt \quad (9) \\ V_2(t) = V_{2DC} - \int_{-\infty}^{\infty} z_L(\tau) i_2(t - \tau) d\tau \end{cases}$$

Como se pode observar pelo sistema acima descrito, não é possível a sua resolução analítica, pelo que apenas um processo iterativo permitirá a sua resolução. Sendo assim, teria o máximo interesse obter uma função característica que relacionasse a saída do sistema $I_2(t)$, com a sua entrada $V_1(t)$, para desse modo se poder obter uma resolução analítica, como já foi realizado para sinal fraco com as séries de *Volterra*, $i_2(t) = f_{NLSS}[v_1(t)]$.

Para calcular esta função característica não linear, consideraram-se dois casos: o caso com e sem memória. O caso com memória é equivalente, em complexidade, à resolução do problema anterior, e só utilizando um processo iterativo se consegue resolver o problema. No caso sem memória o sistema anterior é de fácil resolução desde que se realizem dois passos distintos. No 1º passo, e considerando que nem a $f_{NL}(\cdot)$ nem a carga apresentam memória, ou seja $z_L(t) = R_L$; o sistema a resolver é apenas:

$$\begin{cases} I_2(t) = f_{NL}[V_1(t), V_2(t)] \\ V_2(t) = V_{DC} - R_L I_2(t) \end{cases} \Rightarrow I_2(t) = f_{NL}[V_1(t), V_{DC} - R_L I_2(t)] \quad (10)$$

Neste caso, o sistema anterior ficou apenas resumido à resolução de uma equação não linear, da qual se pretende calcular $I_2(t) = f_{NL}[V_1(t), f_L(I_2(t))]$. O 1º passo consiste assim, em calcular $I_2(t)$ para uma excursão de $V_1(t)$, pelo que se considera que $V_1(t) = V_{1DC}$ e se varia V_{1DC} em todo o domínio para o qual se pretende calcular a resposta do circuito. Deste modo, obtém-se uma descrição numérica do sistema a tratar, solução numérica essa que se

pode interpolar por uma função aproximadora de modo a descrever o comportamento estacionário da resposta do sistema, $I_2(t)=f_{NLa}[V_1(t)]$. Esta função aproximadora pode ser qualquer, uma função transcendente, uma função racional, quociente de dois polinómios, uma função linear por troços, ou ainda um único polinómio. No caso da função aproximadora ser transcendente ou um racional, o cálculo analítico da Função Descritiva é, em princípio, demasiado complexo, pelo que apenas o seu cálculo numérico será desejável. No caso da função aproximadora ser um polinómio ou uma função linear por troços será possível o cálculo analítico da Função Descritiva. O problema de se utilizarem polinómios, para aproximar a não linearidade, tem a ver com a reduzida gama de convergência que os polinómios apresentam. Utilizar-se-ão assim funções lineares por troços, permitindo o cálculo analítico da Função Descritiva. Aumentando a complexidade pode-se utilizar funções transcendentais, ou aproximações tabulares permitindo apenas a sua resolução numérica.

Devido a se ter considerado que nem a carga, nem a $f_{NL}(\cdot)$, apresentam memória, então a aplicação da Função Descritiva a esta função aproximadora fornece uma aproximação da resposta não linear do sistema. Calcula-se assim, a resposta não linear do circuito para sinal forte, sendo este o 2º passo referido anteriormente.

Utilizando a definição prévia da Função Descritiva sinusoidal, apresentada no capítulo 2, obter-se-á:

$$\begin{aligned}
 DF(A, \omega) &= \frac{\text{Representação fasorial da saída à componente } \omega}{\text{Representação fasorial da entrada à componente } \omega} = \\
 &= \frac{j2}{AT} \int_0^T f_{NL} [A \sin(\omega t)] e^{-j\omega t} dt
 \end{aligned} \tag{11}$$

De modo a considerar a variação da DF com o ponto de polarização e a harmónica a estudar, define-se uma nova Função Descritiva Estendida, DFE, tendo como excitação um sinal sinusoidal:

$$\begin{aligned}
 DFE(DC, A, \omega, h) &= \frac{\text{Representação fasorial da saída à componente } h\omega}{\text{Representação fasorial da entrada à componente } \omega} = \\
 &= \frac{j2}{AT} \int_0^T f_{NL} [V_{DC} + A \sin(\omega t)] e^{-jh\omega t} dt
 \end{aligned} \tag{12}$$

em que V_{DC} é o valor da polarização; A a amplitude da sinusóide de entrada, ω a frequência do sinal de excitação e h a harmónica de saída a considerar.

Como se pode observar pela expressão (12), a resolução deste integral consiste em calcular o h 'ésimo coeficiente da série de Fourier do sinal de saída, que corresponde ao fasor da componente $h\omega$.

O valor da corrente de saída, $I_2(t)$, para uma entrada sinusoidal, é definida por:

$$I_2(t) = VLS(DC, A, \omega, h) = A \cdot DFE(DC, A, \omega, h) \tag{13}$$

em que VLS corresponde à resposta de sinal forte assintótica.

B.3 Descrição Geral da Não Linearidade

Depois de se realizar a expansão para sinal fraco por séries de *Volterra* e para sinal forte utilizando a DFE, obtém-se uma descrição geral da resposta da não linearidade a estudar. Pode-se deste modo integrar as duas, considerando que a resposta do sistema não linear aqui descrito é do tipo:

$$\mathbf{R}(\mathbf{DC}, \mathbf{A}, \omega, h) = \mathbf{SS}(\mathbf{DC}, \mathbf{A}, \omega, h) + \mathbf{LS}(\mathbf{DC}, \mathbf{A}, \omega, h) \tag{14}$$

em que $\mathbf{R}(\mathbf{DC}, \mathbf{A}, \omega, h)$ é a resposta do sistema não linear, que não é mais do que a soma de uma parte de sinal fraco, $\mathbf{SS}(\mathbf{DC}, \mathbf{A}, \omega, h)$, com uma parte de sinal forte, $\mathbf{LS}(\mathbf{DC}, \mathbf{A}, \omega, h)$. A parte de sinal forte, é definida como a diferença entre o comportamento sinal forte assintótico, dado por $\mathbf{VLS}(\mathbf{DC}, \mathbf{A}, \omega, h)$, e o comportamento de sinal fraco obtido por séries de *Volterra* $\mathbf{SS}(\mathbf{DC}, \mathbf{A}, \omega, h)$. Ou seja:

$$\mathbf{LS}(\mathbf{DC}, \mathbf{A}, \omega, h) = \mathbf{VLS}(\mathbf{DC}, \mathbf{A}, \omega, h) - \mathbf{SS}(\mathbf{DC}, \mathbf{A}, \omega, h). \tag{15}$$

Como se pode observar pela expressão (14)    possível obter, para cada componente espectral de distorção não linear $h\omega$, o padrão pretendido, desde que $SS(DC, A, \omega, h)$ e $LS(DC, A, \omega, h)$ sejam escolhidos adequadamente, i.e., se $SS(DC, A, \omega, h) = -LS(DC, A, \omega, h)$,    possível para um determinado conjunto DC, A, ω e h , anular a componente espectral de distorção $h\omega$.

C. Caso Particular (MESFET)

De modo a avaliar a técnica previamente descrita, particulariza-se a sua aplicação a um dispositivo comum na área da electrónica de microondas, o MESFET. O circuito equivalente a utilizar para a análise está apresentado na Fig. 2.

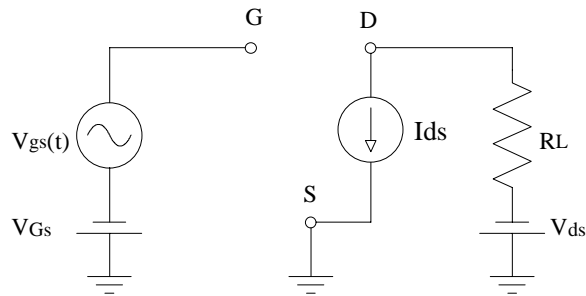


Fig. 2 - Circuito de teste.

O primeiro passo será o estudo da resposta em sinal fraco, como já havia sido proposto no caso geral, prosseguindo de imediato para o estudo de sinal forte. No caso de sinal forte, dividir-se-   a sua análise em diversos passos descritos mais à frente.

C.1 Estudo da Distorção de Sinal Fraco

De modo a estudar a distorção de sinal fraco, polarizou-se o transístor (MESFET) na zona de saturação e aplicou-se uma excitação bastante fracaⁱ. Pode-se assim estudar a distorção não linear de sinal fraco, tendo como modelo a decomposição em série de *Taylor* do comportamento da corrente I_{ds} do transístor em torno do seu ponto de repouso, ou seja do seu ponto de polarização, (V_{gsDC}, V_{dsDC}) , que equivalem ao V_{1DC} e V_{2DC} no caso geral. Como o sinal de excitação é “fraco” considera-se apenas uma expansão da série de *Taylor* até à terceira ordem. Sendo assim:

$$\begin{aligned}
 h_1^1 = G_m &= \left. \frac{\partial f_{NL}(V_{gs}(t); V_{ds}(t))}{\partial V_{gs}(t)} \right|_{\substack{V_{gs}(t)=V_{gsDC} \\ V_{ds}(t)=V_{dsDC}}} ; h_1^2 = G_{ds} = \left. \frac{\partial f_{NL}(V_{gs}(t); V_{ds}(t))}{\partial V_{ds}(t)} \right|_{\substack{V_{gs}(t)=V_{gsDC} \\ V_{ds}(t)=V_{dsDC}}} \\
 h_2^1 = G_{m2} &= \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 f_{NL}(V_{gs}(t); V_{ds}(t))}{\partial^2 V_{gs}(t)} \right|_{\substack{V_{gs}(t)=V_{gsDC} \\ V_{ds}(t)=V_{dsDC}}} ; h_2^2 = G_{d2} = \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 f_{NL}(V_{gs}(t); V_{ds}(t))}{\partial^2 V_{ds}(t)} \right|_{\substack{V_{gs}(t)=V_{gsDC} \\ V_{ds}(t)=V_{dsDC}}} ; \\
 h_{12}^2 = G_{md} &= \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 f_{NL}(V_{gs}(t); V_{ds}(t))}{\partial V_{gs}(t) \partial V_{ds}(t)} \right|_{\substack{V_{gs}(t)=V_{gsDC} \\ V_{ds}(t)=V_{dsDC}}} \\
 h_3^1 = G_{m3} &= \frac{1}{3!} \left. \frac{\partial^3 f_{NL}(V_{gs}(t); V_{ds}(t))}{\partial^3 V_{gs}(t)} \right|_{\substack{V_{gs}(t)=V_{gsDC} \\ V_{ds}(t)=V_{dsDC}}} ; h_3^2 = G_{d3} = \frac{1}{3!} \left. \frac{\partial^3 f_{NL}(V_{gs}(t); V_{ds}(t))}{\partial^3 V_{ds}(t)} \right|_{\substack{V_{gs}(t)=V_{gsDC} \\ V_{ds}(t)=V_{dsDC}}} ; \\
 h_3^{112} = G_{m2d} &= \frac{1}{3!} \left. \frac{\partial^3 f_{NL}(V_{gs}(t); V_{ds}(t))}{\partial^2 V_{gs}(t) \partial V_{ds}(t)} \right|_{\substack{V_{gs}(t)=V_{gsDC} \\ V_{ds}(t)=V_{dsDC}}} ; h_3^{122} = G_{md2} = \frac{1}{3!} \left. \frac{\partial^3 f_{NL}(V_{gs}(t); V_{ds}(t))}{\partial V_{gs}(t) \partial^2 V_{ds}(t)} \right|_{\substack{V_{gs}(t)=V_{gsDC} \\ V_{ds}(t)=V_{dsDC}}} ; \dots
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 I_{ds}(V_{gs}(t), V_{ds}(t)) &= I_{dsDC} + G_m V_{gs}(t) + G_{m2} V_{gs}(t)^2 + G_{m3} V_{gs}(t)^3 + G_{ds} V_{ds}(t) + G_{d2} V_{ds}(t)^2 + G_{d3} V_{ds}(t)^3 + \\
 &+ G_{md} V_{gs}(t) V_{ds}(t) + G_{m2d} V_{gs}(t)^2 V_{ds}(t) + G_{md2} V_{gs}(t) V_{ds}(t)^2 \dots
 \end{aligned} \tag{17}$$

ⁱ Por excitação de sinal fraco, entenda-se aquela para a qual a m^a harmónica tem, ainda, um andamento a **mdB** por cada dB de incremento de potência de entrada, i.e., onde são ainda desprezáveis as contribuições devidas às ordens superiores.

$$\begin{cases}
 I_{ds}(v_{gs}(t), v_{ds}(t)) = I_{dsDC} + G_m v_{gs}(t) + G_{m2} v_{ds}^2(t) + G_{m3} v_{gs}^3(t) + G_{ds} v_{ds}(t) + G_{md} v_{gs}(t) v_{ds}(t) + \\
 \quad + G_{m2d} v_{gs}^2(t) v_{ds}(t) + G_{md2} v_{gs}(t) v_{ds}^2(t) + G_{d2} v_{ds}^2(t) + G_{d3} v_{ds}^3(t) \\
 v_{ds}(t) = - \int_{-\infty}^{\infty} Z_L(\tau) i_{ds}(t-\tau) d\tau
 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases}
 i_{ds}(v_{gs}(t), v_{ds}(t)) = G_m v_{gs}(t) + G_{m2} v_{gs}^2(t) + G_{m3} v_{gs}^3(t) + G_{ds} v_{ds}(t) + G_{md} v_{gs}(t) v_{ds}(t) + \\
 \quad + G_{m2d} v_{gs}^2(t) v_{ds}(t) + G_{md2} v_{gs}(t) v_{ds}^2(t) + G_{d2} v_{ds}^2(t) + G_{d3} v_{ds}^3(t) \\
 v_{ds}(t) = - \int_{-\infty}^{\infty} Z_L(\tau) i_{ds}(t-\tau) d\tau
 \end{cases}$$

(18)

As constantes reais típicas de um MESFET, G_m , G_{m2} e G_{m3} estão representadas no gráfico da Fig. 3, em função do ponto de polarização V_{gsDC} para um valor de V_{dsDC} e de recta de carga fixos. Quanto às outras constantes G_{ds} , G_{d2} , G_{d3} , G_{md} , G_{md2} e G_{m2d} , podem ser observadas em [14]; G_{ds} não é mais que a conduct ncia de saída do transístor.

Desenvolvendo em série de *Volterra* a função não linear anterior, utilizando a técnica de prova [2], obter-se-  as diferentes funções de transferência não linear.

C.1.1 Primeira Função de Transferência Não Linear

Considerando $I_{ds}(t) = H_1(\omega) e^{j\omega t}$ para $V_{gs}(t) = e^{j\omega t}$, e substituindo no sistema acima obt m-se no domínio espectral:

$$H_1(\omega) = \frac{G_m}{1 + G_{ds} Z_L(\omega)} \tag{19}$$

C.1.2 Segunda Função de Transferência Não Linear

Considerando $I_{ds}(t) = 2! H_2(\omega_1, \omega_2) e^{j(\omega_1 + \omega_2)t}$ para $V_{gs}(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t}$, e substituindo no sistema (18) obt m-se no domínio espectral:

$$H_2(\omega_1, \omega_2) = \frac{2G_{m2} + G_{md} [Z(\omega_1)H_1(\omega_1) + Z(\omega_2)H_1(\omega_2)] + 2G_{d2}H_1(\omega_1)Z(\omega_1)H_1(\omega_2)Z(\omega_2)}{2 + 2G_{ds}Z_L(\omega_1 + \omega_2)} \quad (20)$$

C.1.3 Terceira Função de Transferência Não Linear

Considerando $I_{ds}(t) = 3!H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3)e^{j(\omega_1+\omega_2+\omega_3)t}$ para $V_{gs}(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} + e^{j\omega_3 t}$, e substituindo no sistema (18) obtém-se no domínio espectral:

$$H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{1}{6 + 6G_{ds}Z_L(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)} (6G_{m3} + 4G_{d2}Z_L(\omega_1)H_1(\omega_1)Z_L(\omega_2 + \omega_3)H_2(\omega_2, \omega_3) + 4G_{d2}Z_L(\omega_2)H_1(\omega_2)Z_L(\omega_1 + \omega_3)H_2(\omega_1, \omega_3) + 4G_{d2}Z_L(\omega_3)H_1(\omega_3)Z_L(\omega_2 + \omega_1)H_2(\omega_2, \omega_1) + 6G_{d3}Z_L(\omega_1)H_1(\omega_1)Z_L(\omega_2)H_1(\omega_2)Z_L(\omega_3)H_1(\omega_3) + 2G_{md}Z_L(\omega_1 + \omega_2)H_2(\omega_1, \omega_2) + 2G_{md}Z_L(\omega_1 + \omega_3)H_2(\omega_1, \omega_3) + 2G_{md}Z_L(\omega_2 + \omega_3)H_2(\omega_3, \omega_2) + 2G_{m2d}Z_L(\omega_1)H_1(\omega_1) + 2G_{m2d}Z_L(\omega_2)H_1(\omega_2) + 2G_{m2d}Z_L(\omega_3)H_1(\omega_3) + 2G_{md2}Z_L(\omega_1)H_1(\omega_1)Z_L(\omega_2)H_1(\omega_2) + 2G_{md2}Z_L(\omega_2)H_1(\omega_2)Z_L(\omega_3)H_1(\omega_3) + 2G_{md2}Z_L(\omega_1)H_1(\omega_1)Z_L(\omega_3)H_1(\omega_3)) \quad (21)$$

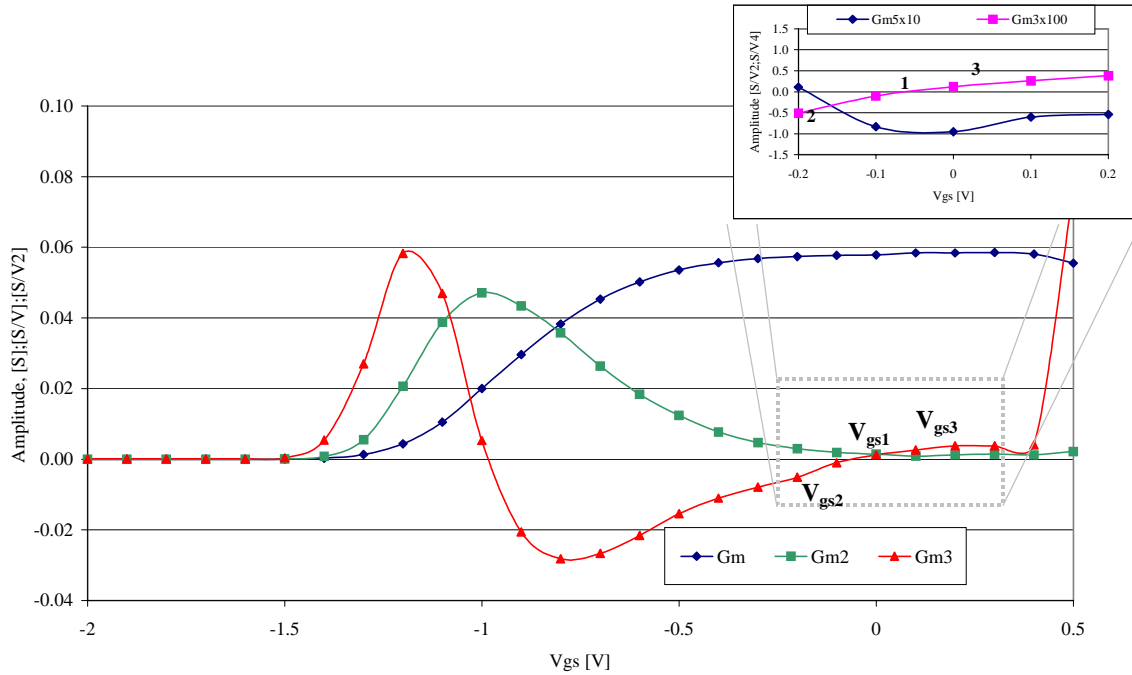


Fig. 3 - G_m , G_{m2} e G_{m3} e ampliação de G_{m5} em função de V_{gs} medidos para um MESFET típico.

Considerando para efeitos de cálculo um valor de polarização, em sinal fraco, no qual G_{md} , G_{m2d} , G_{d2} , G_{d3} e G_{md2} , são muito pequenos comparando com G_{m3} , significando que o dispositivo não linear apenas apresenta distorção devida a V_{gs} . Obtém-se para o primeiro e o terceiro operador não linear:

$$H_1(\omega) = \frac{G_m}{1 + G_{ds} Z_L(\omega)}; \quad H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{G_{m3}}{1 + G_{ds} Z_L(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)}, \text{ e considerando que } Z_L(\omega) = R \text{ então } H_1(\omega) = KG_m; \quad H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = KG_{m3}, \text{ com } K = \frac{1}{1 + G_{ds} R}, \text{ pela mesma ordem de ideias, } H_5(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) = KG_{m5} \quad (22)$$

Apenas se consideraram H_1 , H_3 e H_5 pois são estes que vão gerar distorção que coincide com a fundamental, $\omega_1 + \omega_1 - \omega_1$, e desse modo interfere com a resposta linear do sistema. Como esta distorção não se pode medir, pois está sobreposta à resposta linear do circuito, estuda-se a resposta à 3ª harmónica, $\omega_1 + \omega_1 + \omega_1$. Isto porque para um sistema sem memória, e no qual a carga também não tem memória, a resposta é semelhante.

No 1º caso polarizou-se o transístor em $V_{gs} = V_{gs1}$, Fig.3, ou seja num ponto para o qual G_{m3} é nulo. Obter-se-á uma distorção de 3ª harmónica que é apenas devida à distorção de ordens superiores ímpares (G_{m5} , G_{m7} , ...), uma vez que a de 3º ordem foi anulada.

Se por outro lado, se cometer um pequeno erro e se polarizar o transístor perto do ponto nulo de G_{m3} , por exemplo no ponto V_{gs2} , Fig.3, então a distorção à 3ª harmónica é devida às ordens ímpares de 3ª, 5ª e superiores. Observando-se por instantes, a componente de 3º harmónica derivada de 3º ordem, $I_{ds3}(3\omega) = H_{33} V_{gs}(\omega)^3 = KG_{m3} V_{gs}(\omega)^3$, constata-se que a componente de 3º harmónica derivada de 5º ordem, $I_{ds5}(3\omega + \omega - \omega) = H_{35} V_{gs}(\omega)^3 = 5KG_{m5} V_{gs}(\omega)^4 V_{gs}(\omega)^*$, sobrepõe-se a $I_{ds3}(3\omega)$, pois ambas ocorrem à mesma frequência. O valor da 3ª harmónica é assim: $I_{ds}(3\omega) = I_{ds3}(3\omega) + I_{ds5}(3\omega) + I_{ds7}(3\omega) + \dots$. Define-se ainda H_{3T} como sendo o operador total equivalente de 3ª ordem, tal que $I_{ds}(3\omega) = H_{3T} V_{gs}(\omega)^3$, e $H_{3T} = H_{33} + H_{35} + H_{37} + \dots$, com H_{ic} o operador não linear equivalenteⁱⁱ de ordem c que afecta a

ⁱⁱ Note-se que H_{ic} , $c > i$, varia com a potência de entrada, e.g $H_{35} = 5KG_{m5} V_{gs}(\omega) V_{gs}(\omega)^*$, ao contrário dos operadores não lineares de *Volterra* previamente definidos.

harmónica **i**. Sendo assim dois casos podem ser observados quando o sinal de excitação é elevado: Se $\left|G_{m3}\right| = \left|G_{m5}\right| + \pi$, oposição de fase, existe um valor do sinal de entrada para o qual $H_{33} = -H_{35}$ e a distorção de 3º ordem será apenas derivada de H_{37} , ou ímpar superior. Como num MESFET G_{m7} ou ímpar superior é bastante reduzida, então para o caso de $H_{33} = -H_{35}$, existe um mínimo de 3º harmónica. Se se continuar a aumentar a potência do sinal de excitação, então para potências mais elevadas àquela em que se observou $H_{33} = -H_{35}$, o valor de H_{35} será superior ao de H_{33} e a recta da 3º harmónica passará a andar não a 3dB/dB, mas a 5dB/dB, isto até que o valor de H_{37} seja importante.

Utilizando agora como modelo para $I_{ds}(V_{gs}(t))$ a expressão (23), simulou-se a resposta deste modelo a uma entrada sinusoidal, o resultado à 3ª e 5ª harmónica podem ser observados na Fig. 4.

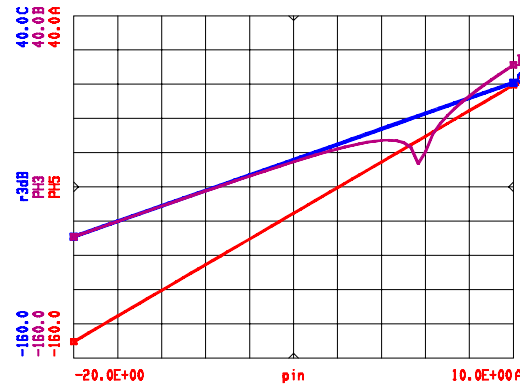


Fig. 4 - Curva de 3ª e 5ª harmónica com G_{m3} em oposição de fase a G_{m5} .

$$I_{ds}(V_{gs}(t)) = .158V_{gs} + .0069V_{gs}^2 - .0035V_{gs}^3 - .0113V_{gs}^4 + .0030V_{gs}^5 \quad (23)$$

Como se pode observar pela Fig. 4, a 3ª harmónica apresenta um andamento de 3dB por cada dB de incremento de entrada, para sinal fraco, $P_{in} < -5\text{dBm}$. Para $P_{in} > -5\text{dBm}$ o seu andamento começa a diminuir devido à influência de H_{35} , pois $H_{3T} = H_{33} - H_{35}$.

Quando se atinge $P_{in} = 6\text{dBm}$ o declive da 3ª harmónica é igual ao da 5ª, ou seja a 3ª harmónica apresenta agora um andamento de 5dB por cada dB de incremento de entrada, como previamente explicado.

No caso de $|G_{m3}| = |G_{m5}|$, verifica-se que a recta de 3º harmónica tem um andamento a 3dB/dB e a partir do momento em que a excitação é suficientemente forte para que $H_{33}+H_{35} \neq H_{33}$, a recta de 3ª harmónica anda a 5dB/dB, novamente até H_{37} começar a ter influência. Este fenómeno pode ser observado na Fig.5, para uma não linearidade do tipo da expressão (24).

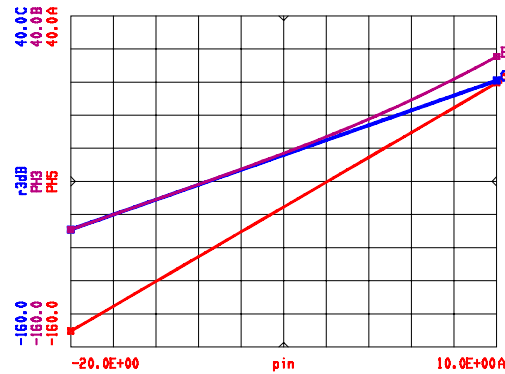


Fig. 5 - Curva de 3ª e 5ª harmónica com G_{m3} em fase com G_{m5} .

$$I_{ds}(V_{gs}(t)) = .158V_{gs} + .0069V_{gs}^2 + .0035V_{gs}^3 - .0113V_{gs}^4 + .0030V_{gs}^5 \quad (24)$$

Os efeitos de expansão e compressão não são visíveis na componente fundamental, pois a análise realizada é de sinal fraco, desse modo a distorção verificada é muito reduzida. Os efeitos de 5º ordem sobre 3º, só são visíveis pois o transístor foi polarizado no ponto 2 e 3, em zonas nas quais G_{m3} é muito reduzido, sendo possível a observação da influência de H_{35} na componente de 3ª harmónica ainda em sinal fraco. Devido a se ter utilizado como modelo de $I_{ds}(V_{gs}(t))$ um polinómio decomposto até ao 5º grau, termos de ordem superior não têm influência pois foram anulados.

Para realizar o estudo de situações de sinal mais forte poder-se-ia aumentar o número de termos da série de *Taylor*, mas a complexidade de cálculos seria tal, que se tornaria bastante difícil o seu cálculo analítico. Nas sub-secções seguintes estuda-se, utilizando a Função Descritiva, a resposta do circuito a sinal forte. No 1º caso visa-se apenas a não linearidade forte devida ao corte do transístor, quando a excitação de entrada é tal que provoca o corte do sinal de saída. A seguir aborda-se a situação de entrada na zona de tríodo, ou seja quando a excursão do sinal é tal que obriga o transístor a entrar nessa zona.

Finalmente, estuda-se a não linearidade do transistor completa, considerando as três zonas anteriormente referidas, corte, saturação e triodo.

C.2 Estudo do Efeito de Distorção Produzido Pelo Corte de V_{gs}

Ainda na zona de saturação, mas agora considerando que o sinal de excitação é forte, ou seja que existe alteração significativa da forma de onda da corrente de saída observada, considerou-se um modelo mais realista, o qual incluí a zona de corte em V_{gs} . Para se poder realizar uma análise teórica, e visto as séries de *Volterra* estarem fora do seu domínio de convergência, optou-se pela análise da Função Descritiva de um único tom [12]. Como o modelo do dispositivo é bastante complexo para ser possível a sua integração numérica [15], decidiu-se considerar um modelo linear por troços, visível na Fig. 6. Determina-se assim uma expressão qualitativa para a descrição da distorção não linear de sinal forte.

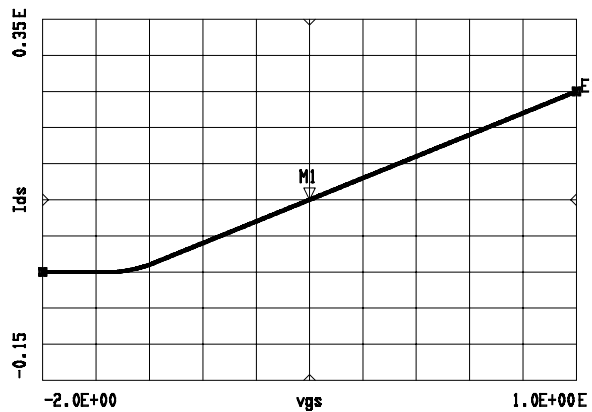


Fig. 6 - Modelo linear por troços para a zona de corte.

Obtêm-se para o valor da componente fundamental, ω_1 , de corrente à saída do MESFET a seguinte expressão [13]:

$$I_{DF}(\theta) = \frac{A}{4\pi}\theta - \frac{A}{4\pi}\sin(\theta) \quad (25)$$

com A a amplitude do sinal de excitação e θ o ângulo de condução definido por:

$$\theta(DC, A) = \pi - 2 \arcsin\left(\frac{\Delta V}{A}\right) \quad (26)$$

em que $\Delta V = V_{th} - V_{DC}$, com V_{DC} a tensão de polarização e V_{th} a tensão de corte do transístor, (-1.5V) na Fig.6.

Observando o gráfico desta expressão em função de θ , Fig.7, verifica-se que se o transístor for polarizado numa zona abaixo do corte, então conforme se aumenta a amplitude do sinal, A (implicando um aumento de θ), também aumenta o valor de I_{DF} , e existe assim expansão de ganho. No caso do transístor ser polarizado na zona de saturação, acima do corte, conforme se vai aumentando a amplitude do sinal, (diminuição de θ), menor é o valor de I_{DF} , e aí existe compressão de ganho. Constata-se assim, que a compressão e/ou expansão são controladas pela polarização do transístor.

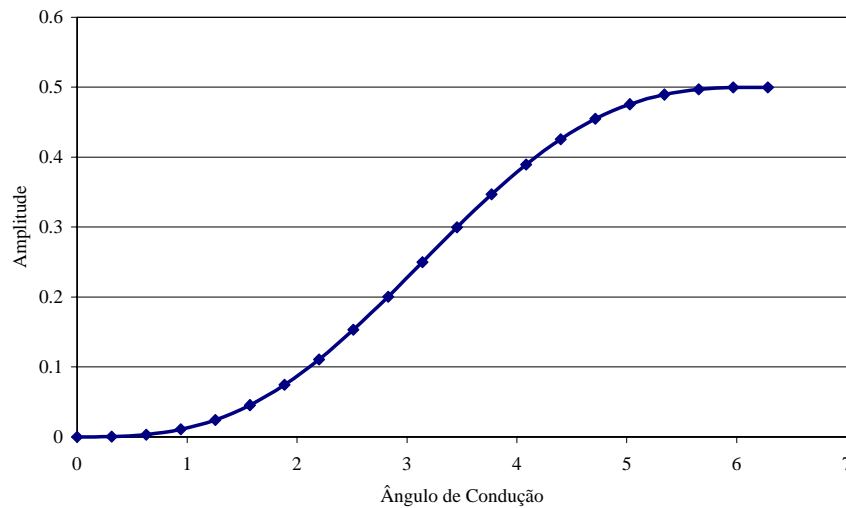


Fig. 7 - Função Descritiva de I_{DF} em função de θ .

No caso do estudo da 3   harm  nica para sinal forte a sua função descritiva   :

$$I_{DF}(\theta_{3\omega}) = -4A \sin^3 \theta \cos \theta ; \text{ em que } \theta \text{ é o mesmo da expressão (26).} \quad (27)$$

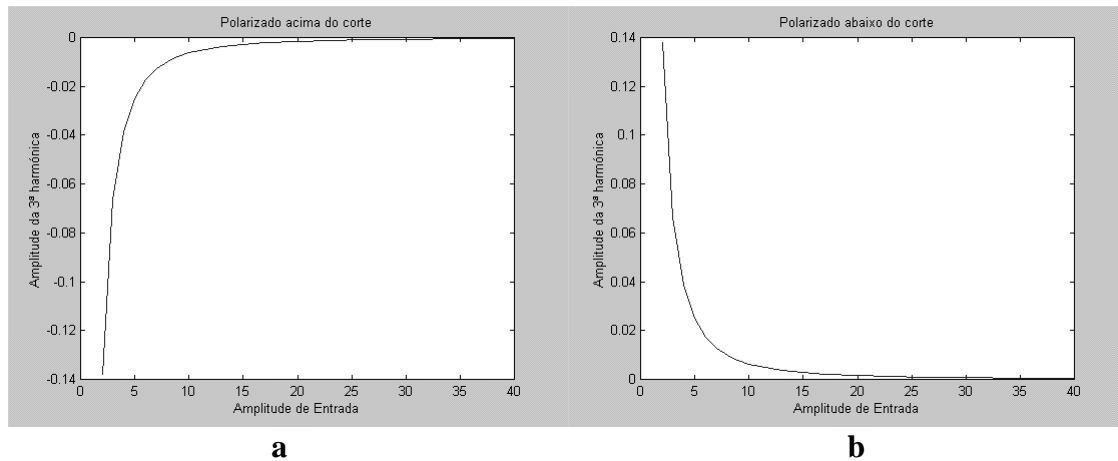


Fig. 8 –3ª harmónica, **a** depois do corte e **b** antes do corte.

Na Fig. 8a, está representada graficamente a expressão (27), quando se polariza o transístor acima de V_{th} e na Fig.8b, quando se polariza o transístor abaixo de V_{th} .

Como se pode observar de ambas as figuras, conforme se aumenta a amplitude do sinal, o valor de $\frac{\Delta V}{A} \rightarrow 0$, e consequentemente $\theta \rightarrow \pi$, pelo que a distorção de 3ª ordem tende para um nulo como seria de esperar, pois na decomposição do sinal de saída em série de *Fourier*, este só tem componentes pares, $V_{DC}=V_{th}$. Observa-se ainda, que a fase da distorção do sinal forte é de 180° , se o transístor for polarizado acima do corte (V_{th}), ou de 0° se for polarizado abaixo do corte.

No caso real o modelo não é linear por troços e sendo assim não se pode dizer que existe uma zona clara de corte. Portanto implementou-se o modelo de $I_{ds}(V_{gs})$ simplificado, expressão (28), semelhante ao apresentado por *Pedro* em [14-15]. Só que agora considerou-se não uma expansão em série de *Taylor*, mas sim um modelo mais complexo, que tem em conta a zona de corte e é infinitamente derivável [15]. Neste caso, considera-se que I_{ds} é só dependente de V_{gs} . A curva característica $I_{ds}(V_{gs})$ pode ser observada na Fig.9.

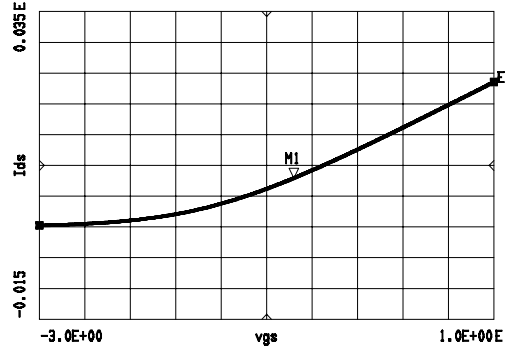


Fig. 9 - I_{ds} em função de V_{gs} utilizando um modelo infinitamente derivável.

O modelo de $I_{ds}(V_{gs})$ de *Pedro* simplificado [15] é assim:

$$I_{ds}(V_{gs}) = \beta \left[u + \ln(e^u + e^{-u}) \right] \text{ em que } u = V_{gs} - V_{th} \quad (28)$$

Para observar os efeitos de compressão e expansão em sinal forte, polarizou-se o transístor em duas zonas para as quais se tinha a certeza que o transístor estava a conduzir, $I_{ds}=50\%I_{dss}$, e no corte, $I_{ds}=0.5\%I_{dss}$. Neste caso o cálculo analítico da função descritiva é demasiado complexo, pelo que se necessita de realizar uma análise numérica do problema. Para o efeito utilizou-se um simulador que implementa um processo iterativo de cálculo de funções não lineares. Foi assim possível observar expansão, Fig. 10a, e compressão, Fig. 10b, da fundamental, nas duas situações distintas.

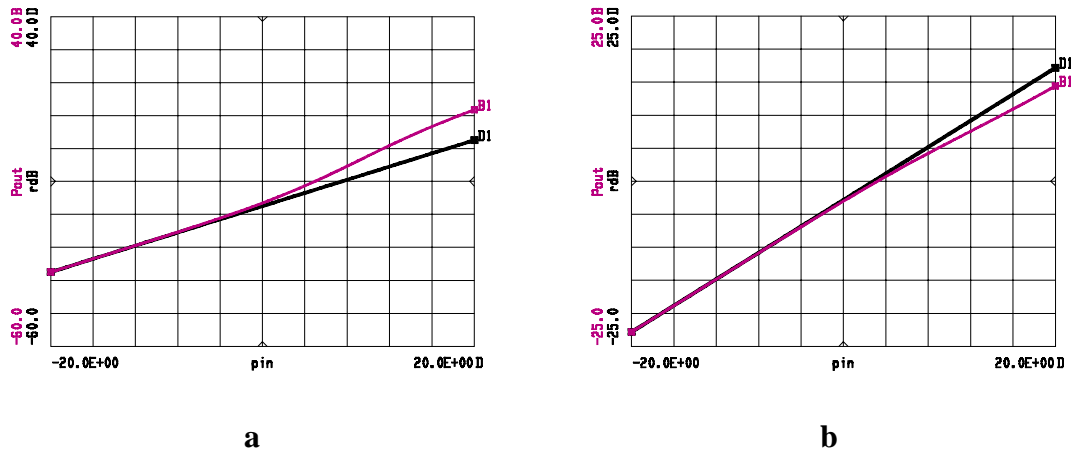


Fig. 10 - Fundamental em função de P_{in} a 0.5% (-3.0V) e 50% (-0.9V) de I_{dss}

Devido a se estar a considerar como modelo do transístor $I_{ds}=f_{NL}(V_{gs})$, então e de igual modo à secção C.1, pode-se calcular a sua distorção de sinal fraco apenas por derivação de $I_{ds}(V_{gs})$ em torno do ponto de polarização DC. Obtendo-se assim G_m , G_{m2} e G_{m3} , iguais aos obtidos na secção C.1 para sinal fraco, Fig. 11, só que agora numéricos.

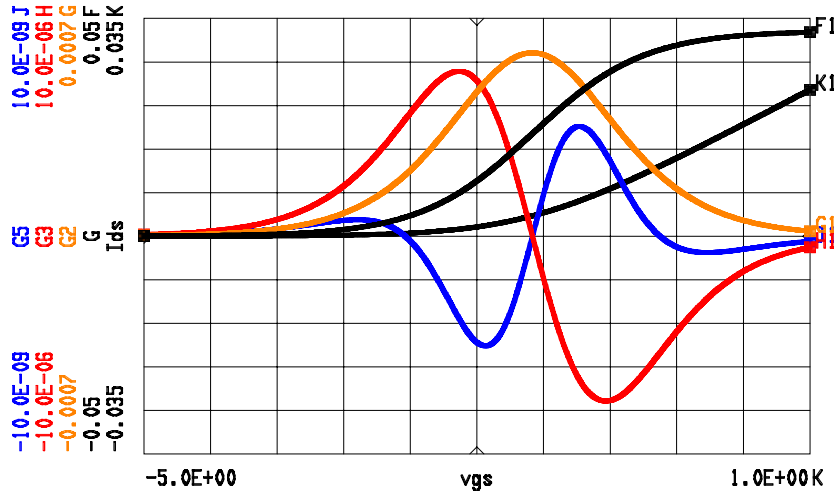


Fig. 11 – I_{ds} , G_m , G_{m2} , G_{m3} e G_{m5} ; os valores servem apenas como referência.

Considerando que se polarizou o transístor, numa situação em que G_m e G_{m3} apresentam a mesma fase, (0.5% de I_{dss}), então observa-se uma expansão da fundamental, pois $H_{1T}=H_{11}+H_{13}+...$. Esta expansão será visível quando $H_{11}+H_{13} \neq H_{11}$. A expansão pode ser observada até que H_{15} seja de tal modo forte que compense H_{13} , a partir do qual a fundamental apresenta um comportamento linear, pois o modelo torna-se linear para sinal forte:

$$\lim_{u \rightarrow \infty} \beta [u + \ln(e^u + e^{-u})] = \lim_{u \rightarrow \infty} \beta [u + \ln(e^u)] = \beta 2u. \quad (29)$$

Este efeito poderá ser observado na Fig. 10a.

Quando G_m e G_{m3} estiverem em oposição de fase, (50% de I_{dss}), então existe compressão Fig. 10b. De todos os modos e para sinal muito forte, para o qual o número de termos H_{ij} é de tal forma elevado que não se justifica a sua utilização, a fundamental exhibe expansão ou compressão, conforme o explicado pelo uso da Função Descritiva no caso do modelo não linear por troços.

No caso do comportamento da 3ª harmónica a análise, realizada na secção C.1, poderá ser transportada para este caso sem dificuldades, Fig. 12.

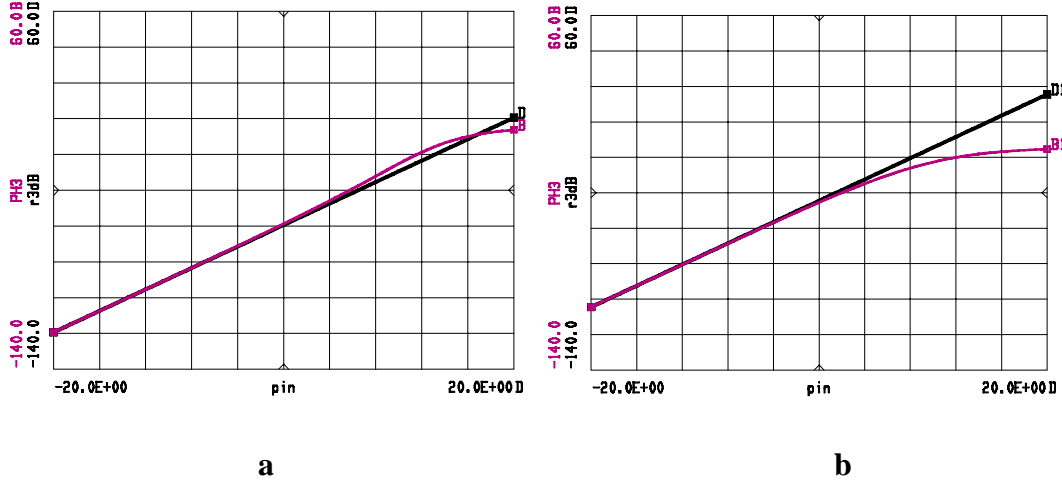


Fig. 12 - 3ª Harmónica quando se polariza o transístor na situação de G_{m3} em fase, ($V_{gs}=-3.0V$) e em oposição ($V_{gs}=-0.9V$) com G_{m5} .

Na Fig. 12 a) observa-se, para $P_{in}>6dBm$, a expansão da 3ª harmónica. Este facto ocorre devido a que em sinal fraco G_{m3} está em fase com G_{m5} . Para $P_{in}>16dBm$ começa a comprimir devido ao efeito de ordens superiores.

Na Fig. 12 b) G_{m3} e G_{m5} estão em oposição de fase, verificando-se compressão para $P_{in}>4dBm$ pois a 5ª ordem começa a ter influência sobre H_{33} . Validam-se assim os resultados obtidos anteriormente pelo uso da Função Descritiva.

Estes fenómenos podem ser explicados, utilizando a formulação desenvolvida na secção B.

$$R(DC,A,\omega,3)=SS(DC,A,\omega,3)+LS(DC,A,\omega,3)=(H_{33}+H_{35})V_{gs}(\omega)^3+LS(DC,A,\omega,3) \text{ com}$$

$$LS(DC,A,\omega,3)=VLS(DC,\infty,\omega,3)-(H_{33}+H_{35})V_{gs}(\omega)^3.$$

Observa-se que existe uma zona, para a qual H_{33} se subtrai a H_{35} , devido a H_{33} e H_{35} estarem em oposição de fase. No caso em que ambos estão em fase, então adicionam-se. Em todos os casos a 3ª harmónica tende para uma constante, como se pode observar da Função Descritiva anteriormente desenvolvida.

De modo a comparar estas conclusões, com as obtidas da função descritiva, foi sobreposto G_m , I_{ds} , G_{m3} e G_{m5} no mesmo gráfico, Fig. 11. Constatase que abaixo do corte G_{m3} e G_m estão em fase e acima estão em oposição de fase. Sendo assim, as conclusões de ambas as ferramentas de análise são coincidentes para a fundamental. Quanto à 3ª harmónica, observa-se que G_{m3} e G_{m5} estão em oposição de fase, excepto para $V_{gs} > -0.8V$, valor para o qual estão em fase.

C.3 Estudo do Efeito de Distorção Produzido Pela Zona de Tródo

Nesta secção, abandona-se a ideia de que I_{ds} é apenas dependente de V_{gs} e considera-se que o modelo da corrente do transistor é dependente de ambas as tensões de controlo do MESFET, V_{gs} e V_{ds} . A dependência de I_{ds} com V_{ds} é tal que I_{ds} cresce sempre com V_{ds} , Fig.13. De modo a facilitar a análise, considere-se o seguinte modelo: $I_{ds} = \alpha * V_{gs} * V_{ds}$, corrente linear com V_{gs} e V_{ds} . Apesar disto, quando o dispositivo for excitado existirá distorção cruzada entre estes dois termos. Considerando que se apresenta uma carga R_L ao dispositivo, obter-se-á como função característica de $I_{ds}(V_{gs})$ a seguinte expressão:

$$I_{ds}(t) = \frac{\alpha V_{gs}(t) V_{DC}}{1 + R_L \alpha V_{gs}(t)} \quad (30)$$

em que $V_{gs}(t) = V_{gsDC} - V_{th}$;

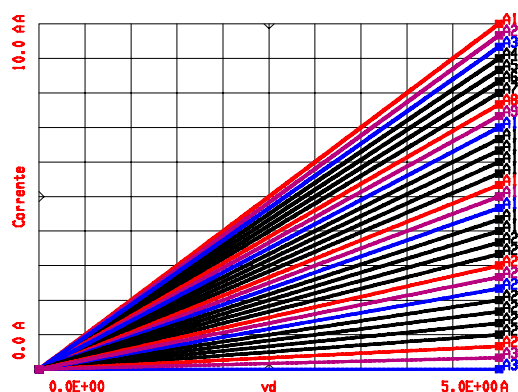


Fig. 13 - Modelo do dispositivo linear por troços para a zona de tródo, parametrizado em V_{gs} .

Observa-se assim, que na zona de tr odoⁱⁱⁱ, existe distorção mesmo que I_{ds} seja linear com V_{gs} e V_{ds} .

Pela expressão (30), constata-se ainda que a distorção depende de R_L e existe sempre compressão de ganho, pois quanto maior for V_{gs} , maior será o denominador de (30). O valor da corrente tende para uma constante quando $R_L \alpha V_{gs}(t) \gg 1$. A curva característica de $I_{ds}(V_{gs})$ é assim igual   da Fig. 14.

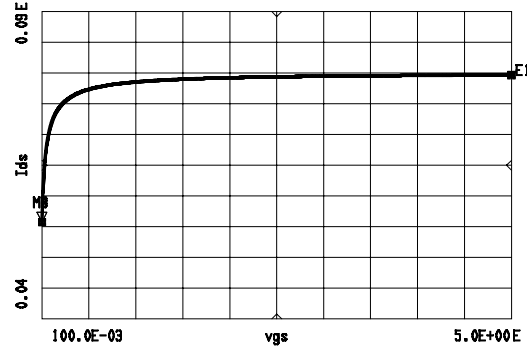


Fig. 14 - Implementação gráfica da expressão (30).

Calculando a função descritiva estendida de um tom para este modelo, obt m-se:

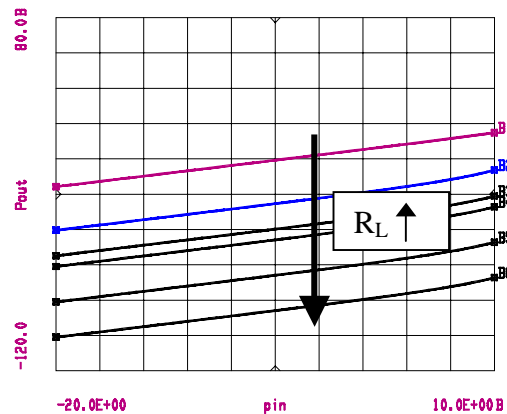
$$EFD(DC, A, \omega, h) = \frac{j2}{AT} \int_0^T \frac{\alpha[DC + A \sin(\omega t)]}{1 + R_L \alpha[DC + A \sin(\omega t)]} e^{-jh\omega t} dt \quad (31)$$

Neste caso a resolução analítica da função descritiva é demasiado complexa, pelo que irá ser realizada numericamente. Devido a existir no denominador o termo $1 + R_L \alpha V_{gs}(t)$, teve-

se de impor que $V_{gs}(t) \neq \frac{1}{R_L \alpha}$; de modo a não existir nenhuma singularidade. Sendo assim

o gráfico seguinte apresenta a variação da componente fundamental, para vários valores de R_L .

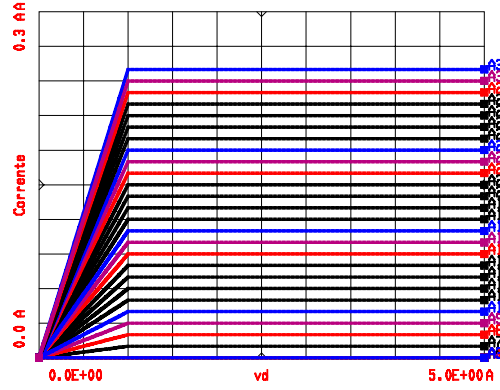
ⁱⁱⁱ Chama-se a atenção para o facto de que o modelo é o da Fig. 13, portanto o dispositivo nunca opera na zona de saturação.


 Fig. 15 – Variação da fundamental com R_L

Da observação da expressão (31) e da Fig.15, conclui-se que se a recta de carga for de $R_L=0\Omega$, então a corrente de saída torna-se linear com V_{gs} , não dependendo de V_{ds} , curva B1 na Fig.15, pois este foi curto-circuitado. Para R_L muito elevado, $R_L \propto V_{gs}(t) \gg 1$, a corrente de saída tende para uma constante igual a $\propto V_{DC}/R_L$ e o valor da fundamental tende para 0, pois na saída apenas se obtém um sinal DC.

C.4 Estudo da Distorção Existente Quando se Polariza o FET nas 3 Zonas Acima Descritas.

Aumentando o grau de complexidade, considera-se agora, que o dispositivo não linear é modelado utilizando as três zonas acima descritas. De modo a facilitar os cálculos teóricos, considerou-se novamente que o modelo é linear por troços, sendo que cada troço é definido pela zona de tríodo, zona de saturação e corte, Fig. 16.


 Fig. 16 - Modelo linear por troços do MESFET, parametrizado em V_{gs} .

A curva característica, equivalente   obtida na secção anterior, $I_{ds}(V_{gs})$, para as três zonas, está representada na Fig.17.

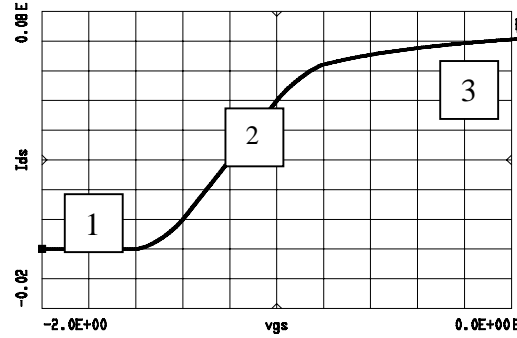


Fig. 17 - Curva característica linear por troços.

A zona 1, corresponde à zona do corte; a zona 2,   zona de saturação; e a zona 3, corresponde à zona de tríodo do FET. A separação entre a zona 1 e 2, é a tensão de *pinch-off*, V_{th} , a separação entre a zona 2 e 3, é a tensão de joelho, V_j , do modelo em V_{ds} agora transladada para V_{gs} .

Sobre esta curva característica linear por troços, foi aplicada a Função Descritiva, obtendo-se a seguinte expressão para descrever a componente fundamental:

$$I_{DF} = -\frac{A}{4\pi}(\varphi + \psi) + \frac{A}{2} + \frac{A}{4\pi}(\sin(\varphi) + \sin(\psi)) \quad (32)$$

com φ o ângulo de ‘‘corte’’ na zona de tríodo e ψ o ângulo de ‘‘corte’’ na zona de corte:

$$\begin{aligned} \varphi &= \pi - 2 \arcsin\left(\frac{\Delta V_1}{A}\right) \\ \psi &= \pi - 2 \arcsin\left(\frac{\Delta V_2}{A}\right) \end{aligned} \quad \Delta V_i \text{ o valor da tensão de "corte"}, \quad \begin{cases} \Delta V_1 = V_j - V_{DC} \\ \Delta V_2 = V_{th} - V_{DC} \end{cases} \quad (33)$$

Polarizou-se o dispositivo em três zonas diferentes:

1ª Zona - Zona de corte (abaixo de V_{th}).

2ª Zona - Zona de saturação (entre V_{th} e V_j).

3ª Zona - Zona de tríodo (acima de V_j).

Das Fig.20, 21 e 22, observa-se que existe expansão de ganho, sempre que se polariza o transistor acima do joelho ou abaixo do corte, facto este já obtido na secção C.2 aquando da explicação da zona de corte. Quando o transistor está polarizado na zona entre o corte e o joelho então existe compressão.

Desenvolveu-se a Função Descritiva para a 3ª harmónica, permitindo assim o estudo do seu comportamento:

$$I_{DF3} = \frac{A}{4\pi} (\sin(\varphi) + \sin(\psi)) + \frac{A}{8\pi} (\sin(2\varphi) + \sin(2\psi)) - \frac{A}{3\pi} \left(\sin\left(\frac{3\varphi}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\psi}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \right)$$

sendo φ e ψ os mesmos apresentados anteriormente. (34)

Observando ambas as expressões e a Fig. 18, 20, 21 e 22, conclui-se que quando $A \rightarrow \infty$ existe compressão de ganho. Da Fig.18 observa-se ainda, que para excitações fortes, o valor da 1ª e 3ª harmónica estão em oposição de fase, independentemente da zona de polarização.

Portanto irá existir compressão de ganho, devido à subtracção de termos de 1ª com 3ª ordem.

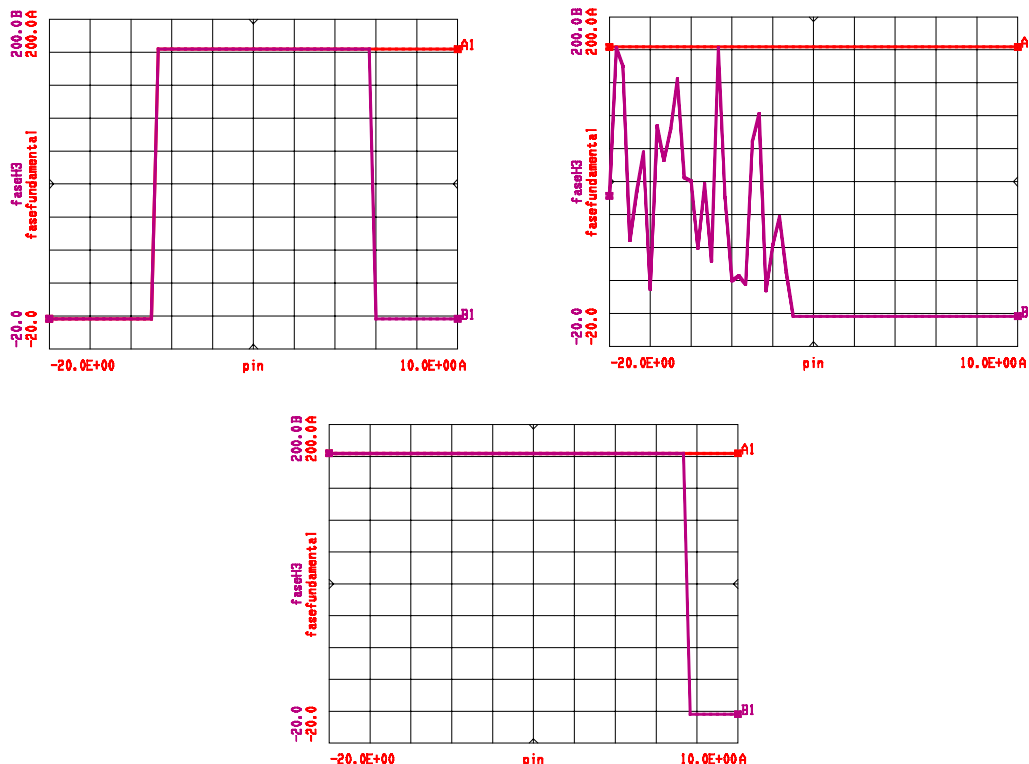


Fig. 18 - Fase de fundamental, (laranja), e 3^a harm nica (vermelha) da função descritiva, para $V_{gs} = -1.65V$ (corte); $-1.19V$ (saturação); e $-0.5V$ (tríodo).

Vamos tentar explicar este facto qualitativamente:

- Considere-se que o transístor está polarizado na zona 1, Fig.17, ou seja na zona de corte. Conforme se aumenta a amplitude do sinal, o ganho vai-se expandir, pois até   tensão de corte, V_{th} , o aumento da amplitude do sinal de entrada não implica aumento da amplitude do sinal de saída, devido ao dispositivo estar cortado. Mas a seguir ao corte, o ganho aumenta com o aumento da amplitude do sinal de entrada. Como seria de esperar, existe expansão de ganho, pois por analogia com a secção C.2, as ordens ímpares superiores   1^a estão em fase com a fundamental. Considere-se agora que a amplitude   tão forte que se atinge o ponto de joelho V_j , então o sinal de saída que tinha um ganho a expandir começa agora a comprimir, pois por mais que se aumenta a amplitude do sinal de entrada o sinal de saída já não pode ser maior. Conclui-se assim qualitativamente que o ganho comprime, quando a amplitude do sinal de entrada tende para infinito.

- Considere-se agora que se polarizou o transistor na zona de saturação, 2, neste caso sempre que a amplitude de entrada aumenta, a amplitude de saída aumenta. Como a característica nesta zona é linear então não existe expansão ou compressão do ganho. Começando a entrar na zona de triodo, ou na zona de corte, o ganho começa a comprimir, pois cada dB de incremento da amplitude de entrada, não corresponde a 1 dB de aumento de amplitude de saída, observa-se então novamente que para $A \rightarrow \infty$ o ganho comprime.
- O último caso, é aquele em que o transistor está polarizado acima do ponto de V_j , ou seja na zona de triodo, 3, este caso, é em tudo semelhante àquele em que o transistor está polarizado abaixo do corte, não merecendo comentários adicionais.

Desta análise, conclui-se que para amplitudes muito fortes e com um transistor que apresente um modelo para I_{ds} igual ao da Fig. 16-17, existirá sempre compressão de ganho à fundamental.

De modo a se compreender o comportamento da 3ª harmónica, considere-se de novo os três casos anteriores e as correspondentes fases á 3ª harmónica, Fig. 18.

Recordando de novo a secção C.2, quando a fundamental apresenta expansão de ganho, a 3ª ordem está em fase com ela, pois só assim existe um reforço desta. Quando a fundamental apresenta compressão de ganho, a 3ª ordem está em oposição de fase.

1º Caso - Zona de corte – da análise qualitativa anterior, a fundamental apresenta expansão seguida de compressão, portanto 3ª ordem está em fase seguida de 3ª ordem em oposição de fase

2º Caso - Zona de Saturação – a fundamental apresenta ganho constante, seguida de compressão, portanto 3ª ordem tem fase indefinida seguida de 3ª ordem em oposição de fase

3º Caso - Zona de triodo – igual ao 1º caso.

Pode-se assim concluir que nos 1º e 3º casos, como a 3ª ordem muda de sinal então pelo teorema de *Weierstrass* [16], existirá um mínimo na 3ª ordem total H_{3T} , e correspondentemente na 3ª harmónica.

Este mínimo, verifica-se no 1º caso quando o sinal toca na tensão de joelho e no 3º caso quando a tensão toca na tensão de corte. Isto devido a que só aí, o tipo de distorção que afecta a corrente (I_{ds}) muda significativamente.

Na Fig.19, pode-se observar a variação clara da distorção, considerando que a excursão de sinal de saída entra na zona de triódo.

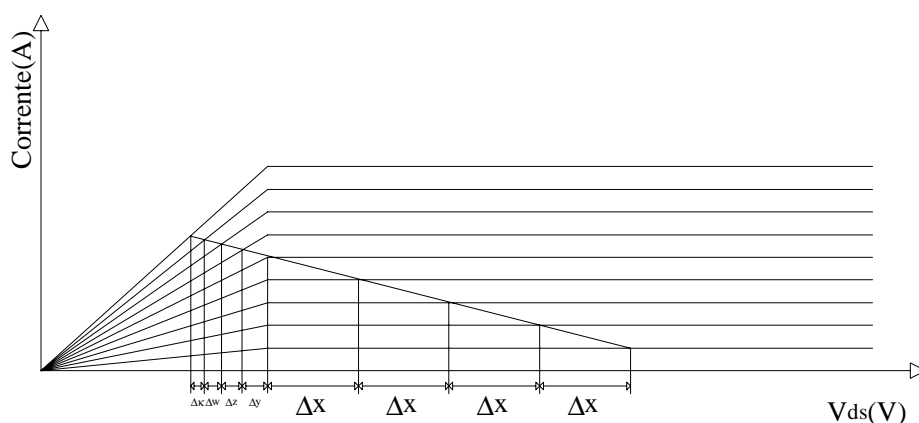


Fig. 19 – Observação da variação da recta de carga para uma modelo linear por troços.

Constata-se assim, que o facto do sinal de saída entrar na zona linear provoca distorção, pois para uma mesma excursão de corrente, obtém-se diferentes excursões de tensão, ao contrário do que acontecia na zona de saturação.

De modo a validar o exposto acima, várias simulações foram realizadas utilizando um simulador de Balanço Harmónico e um modelo linear por troços. Os resultados podem ser observados nas Fig.20-22.

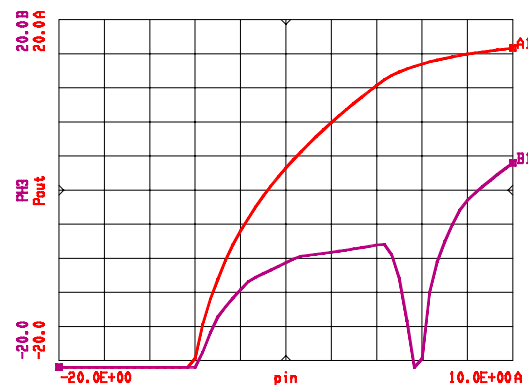


Fig. 20 –Potência de saída à fundamental e 3ª harmônica quando polarizado no corte $V_{gs} = -1.65V$

A Fig. 20, representa a zona para o qual o transistor está cortado, polarizado a $V_{gs} = -1.65V$ e $V_{ds} = 4V$. Pode-se observar pela figura, que a fundamental tem o valor de $-\infty$ dBm para $P_{in} < -2$ dBm, isto devido ao transistor estar cortado, apresentando a seguir uma expansão de ganho e finalmente comprime perto de 10 dBm. Quanto à 3ª harmônica esta apresenta uma expansão semelhante à da fundamental, mas no ponto para o qual a fundamental começa a comprimir a 3ª harmônica apresenta um mínimo. Sendo assim a análise teórica anteriormente realizada é válida.

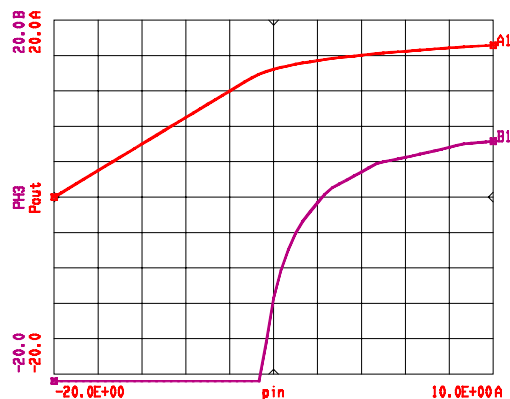


Fig. 21 - Potência de saída à fundamental e 3ª harmônica quando polarizado na saturação $V_{gs} = -1.19V$

As curvas da Fig. 21, foram obtidas para um transistor polarizado na zona de saturação. Como se pode observar, a fundamental apresenta um declive de 1 dB/dB, para $P_{in} < 7$ dBm, comprimindo-se a seguir. A 3ª harmônica, tem o valor de $-\infty$ para $P_{in} < 7$ dBm, isto devido ao transistor estar polarizado numa zona linear e apresenta compressão para $P_{in} > 7$ dBm, não sendo possível observar nenhum mínimo, pois agora não existe expansão prévia.

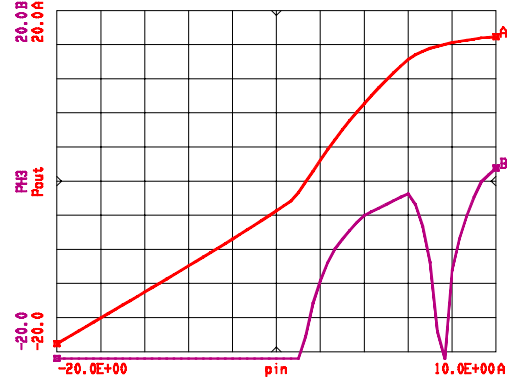


Fig. 22 - Potência de saída é fundamental e 3  harm nica quando polarizado na zona linear $V_{gs} = -0.5V$.

A Fig. 22, corresponde ao caso em que o transístor foi polarizado na zona de tríodo, $V_{gs} = -0.5V$ $V_{ds} = 4V$. Neste caso, pode-se observar que para $P_{in} < 0dBm$, a fundamental apresenta um andamento de 1dB/dB e para $P_{in} > 0dBm$, existe expansão de ganho é fundamental, entrando na compressão para $P_{in} = 8dBm$. Como se pode observar pela 3  harm nica, esta apresenta um mínimo perto do ponto de 1 dB de compressão. Deste modo, as conclusões retiradas qualitativamente e da Função Descritiva estão de acordo com os resultados obtidos por simulação.

C.5 Introdução do Modelo para I_{ds} Infinitamente Derivável em V_{gs} e V_{ds} .

Até agora, o estudo centrou-se ou numa zona particular do dispositivo, ou num modelo linear por troços. De modo a modelar mais realisticamente um MESFET, nesta secção considera-se um modelo infinitamente derivável e mais próximo da realidade. Utilizou-se neste caso o modelo de *Pedro* [15], para descrever a corrente $I_{ds}(V_{gs}, V_{ds})$ de um MESFET:

$$I_{ds}(V_{gs}, V_{ds}) = \beta \left[u + \ln(e^u + e^{-u}) \right] \tanh(\alpha V_{ds}) \quad (35)$$

$$u = \frac{1}{2} (h(V_{gs}) - C) \quad (36)$$

$$h(V_{gs}) = A(1 - d(V_{gs})) \quad (37)$$

$$d(V_{gs}) = \sqrt{\frac{V_b - V_{gs}}{V_{po} + \gamma V_{ds}}} \quad (38)$$

As curvas do modelo completo $I_{ds}(V_{gs}, V_{ds})$ de *Pedro* são apresentadas na Fig. 23.

Nesta situação as curvas $I_{ds}(V_{ds})$ e $I_{ds}(V_{gs})$, são semelhantes às curvas do modelo linear por troços, mas os pontos de quebra, separação entre zonas de funcionamento, são mais suaves, Fig. 23-24.

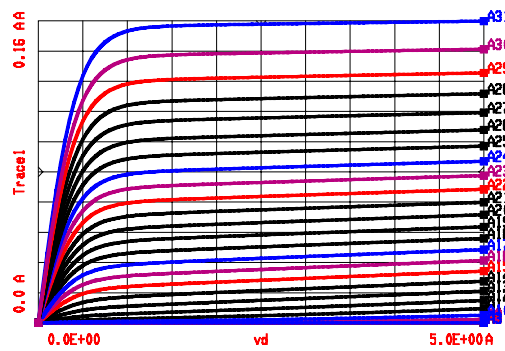


Fig. 23 - Modelo infinitamente derivável de *Pedro*, parametrizado em V_{gs} .

De igual modo ao que aconteceu na secção C.2, quando passamos de um modelo linear por troços para um modelo mais real, o conceito de ponto de corte e joelho desvanece-se, não sendo possível definir o ponto para o qual ocorre o corte ou o joelho.

No entanto, e como o aspecto macroscópico das curvas características é semelhante, pode-se reter conclusões que são válidas para $A \rightarrow \infty$, ou seja, existe compressão do ganho sempre que a amplitude do sinal de excitação tende para infinito.

De igual modo à secção C.2, de modo a se prever expansão ou compressão, teremos de analisar a fase da 3ª harmónica, (3ª ordem), relativamente à da fundamental, e aí poderemos tirar conclusões acerca da expansão e ou compressão.

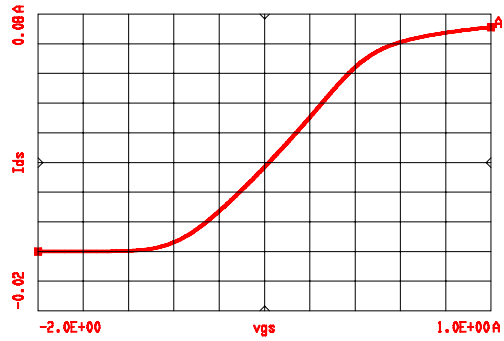


Fig. 24 - Função característica de I_{ds} em função de V_{gs} , para V_{dsDC} e R_L constantes.

Considere-se de novo as 3 zonas consideradas na secção C.4, Corte, Saturação e zona de Tríodo, Fig. 23-24. Para realizar o estudo neste caso, polarizou-se o transístor em cada uma das zonas consideradas. Como abaixo do corte e acima do joelho, a 3ª ordem está em fase com a fundamental, Fig. 25, então existe expansão de ganho seguida de compressão, com $A \rightarrow \infty$. Quando se está numa zona em que a 3ª ordem está em oposição de fase com a fundamental, zona de saturação, então existe sempre compressão de ganho. Sendo assim, as mesmas conclusões para a 3ª harmónica podem ser retiradas. Expansão seguida de compressão, implica um mínimo de 3ª harmónica. Compressão em toda a banda, implica que a 3ª harmónica nunca terá mínimos. Quanto à previsão do valor de excitação de entrada, para o qual ocorre o mínimo; dizer que a terceira harmónica atinge a zona de tríodo, com um sinal mais ou menos forte, tem a ver com o facto de a distorção provocada por G_{m3} ser mais ou menos importante, comparada com outro tipo de distorção, G_{d3} , G_{m2d} , G_{md2} etc.

Visto agora, se estar a considerar uma função característica $I_{ds}(V_{gs})$, para um ponto de polarização fixo, V_{dsDC} , e uma recta de carga fixa, pode-se derivar $I_{ds}(V_{gs})$ em ordem a V_{gs} e obter informações qualitativas, de igual modo ao realizado aquando do estudo de sinal fraco.

As primeiras 3 derivadas de I_{ds} em ordem a V_{gs} , estão apresentadas na Fig. 25. Como se pode observar pela 1ª derivada, que corresponde ao valor da transconductancia, $G(V_{gs})$, cresce com V_{gs} até -1V. Observando-se aí uma queda, derivada do facto de que a excursão do sinal de saída atingir a zona de tríodo e ocorrer compressão produzida por V_{ds} .

Da 2ª derivada de I_{ds} , Fig. 26, pode-se observar qual das não linearidades fortes é a mais suave. Observando-se que a 2ª derivada de $I_{ds}(V_{gs})$, é mais elevada para a transição zona de saturação-zona de triódo, do que para a zona de saturação-zona de corte, pelo que se constata que a distorção produzida pela zona de triódo deverá ser mais violenta.

A 3ª derivada, Fig. 25, G_3 , ou seja $\frac{\partial^3 I_{ds}}{\partial V_{gs}^3}$, é equivalente à típica curva de G_{m3} para valores

inferiores a $V_{gs} = -1V$, observando-se a seguir um comportamento semelhante para a zona de triódo. Observa-se ainda, que nesta zona, G_3 é mais elevado do que para a zona de corte.

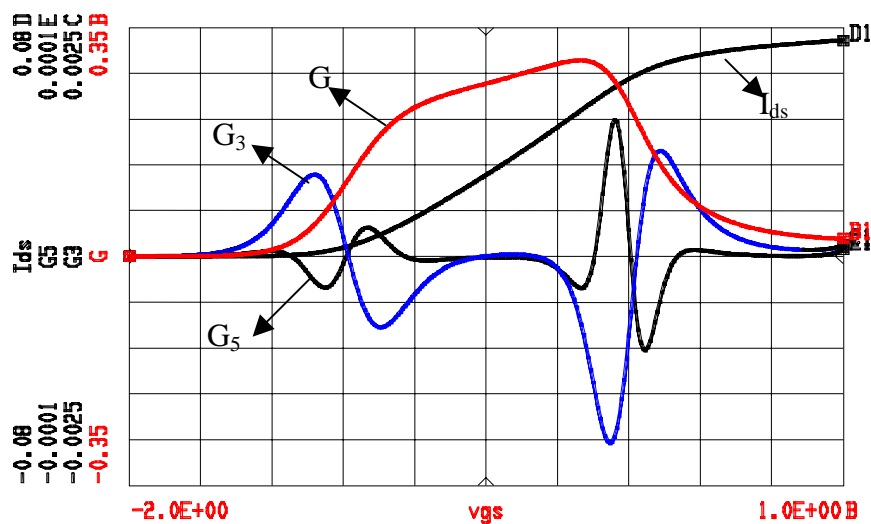


Fig. 25 - 1ª, 3ª e 5ª derivadas da função Característica.

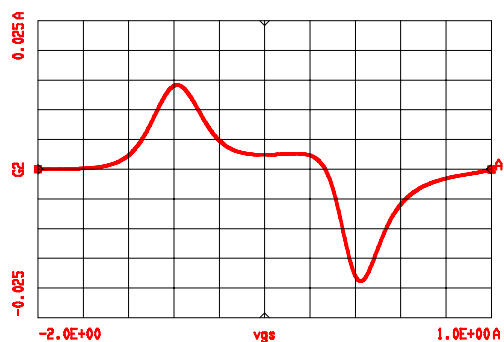


Fig. 26 - 2ª Derivada $d^2 I_{ds} / dV_{in}^2$, G_2 .

De acordo com a análise de fases a sinal fraco, observa-se que para a zona de corte e zona de tríodo o valor de G_3 é positivo, o que significa que existe expansão de ganho até se atingir sinal forte. Estas conclusões estão de acordo com os resultados da sec  o C.2, na qual se efectuou o mesmo estudo tendo como base a função descritiva de um tom.

D. Aplicação I

Para melhor compreender os mecanismos de distorção e a aplicação da formulação anterior, utilizou-se o circuito da Fig. 27, tendo como dispositivo activo um MESFET, representado pelo modelo de *Pedro* [15], já previamente descrito nas expressões (35-38).

O circuito é assim constituído apenas por um dispositivo activo, MESFET, terminado numa carga resistiva de 50Ω . Na 1  aplicação considerou-se uma recta de carga a DC, que é comum a AC e não se contabilizaram nenhum tipo de elementos parasitas no circuito equivalente. Para uma polarização V_{dsDC} , uma recta de carga fixa, e uma excitação sinusoidal de um tom, realizaram-se diversas experiências, considerando valores de polarização diferentes, V_{gsDC} , Fig.25.

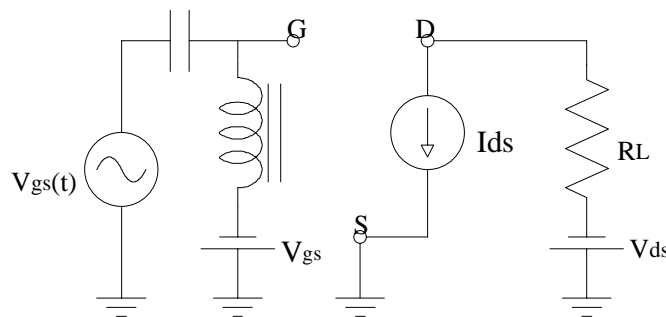


Fig. 27 - Circuito de teste.

Para a análise deste circuito, considerou-se a fórmula desenvolvida em (14) e rescrita a seguir:

$$R(DC,A,\omega,h)=SS(DC,A,\omega,h)+LS(DC,A,\omega,h) \quad (39)$$

Em que $SS(DC, A, \omega, h)$ é a resposta de sinal fraco obtida por séries de *Volterra* e como tal fortemente dependente das derivadas do modelo, apresentadas na Fig. 25, e $LS(DC, A, \omega, h) = VLS(DC, A, \omega, h) - SS(DC, A, \omega, h)$ é o comportamento em sinal forte, sendo $VLS(DC, A, \omega, h)$ a resposta do circuito dada pela Função Descritiva Estendida assintótica, apresentada para um modelo linear por troços em C.4. Portanto nos diversos casos a estudar, considerar-se-á primeiro uma análise sinal fraco, seguido de uma extrapolação para sinal forte obtida nas secções anteriores. Dessa análise, a conclusão mais importante a reter é que a fase da 3ª harmónica tende para 180° . Portanto se $R(DC, A, \omega, h)$ tende para 180° , então se se conseguir obter, em sinal fraco, uma fase oposta, 0° , gera-se uma situação propicia ao aparecimento de um mínimo na terceira harmónica, na transição de sinal fraco para sinal forte.

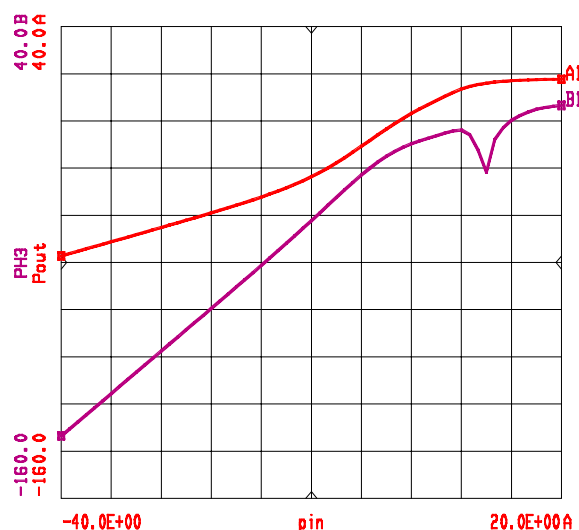


Fig. 28 - Curva de potência à fundamental e terceira harmónica para $V_{gs} = -1.43V$.

O primeiro caso, refere-se aquele para o qual se polarizou o transístor na zona de corte, em que G_3 e G_5 são positivos ($V_{gs} = -1.43V$). Seguindo a linha de pensamento anterior, observa-se expansão de ganho na curva fundamental, seguida de compressão quando o sinal entra dentro da zona de tríodo. Quanto ao comportamento da 3ª harmónica, constata-se a existência de expansão devido a G_5 estar em fase com G_3 , seguido de um mínimo de potência, para a zona na qual o sinal atinge a zona de tríodo, comprimindo de seguida. Portanto, consegue-se observar um mínimo de distorção perto de 1dB de

compressão de ganho. Na Fig.28 pode-se observar estes efeitos. A este tipo de funcionamento chamar-se-á de classe C.

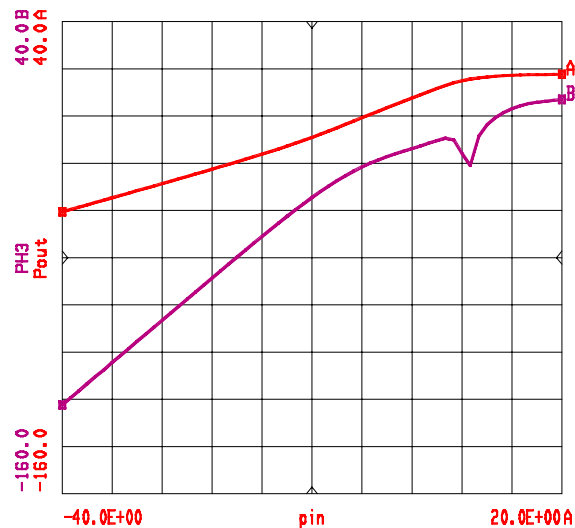
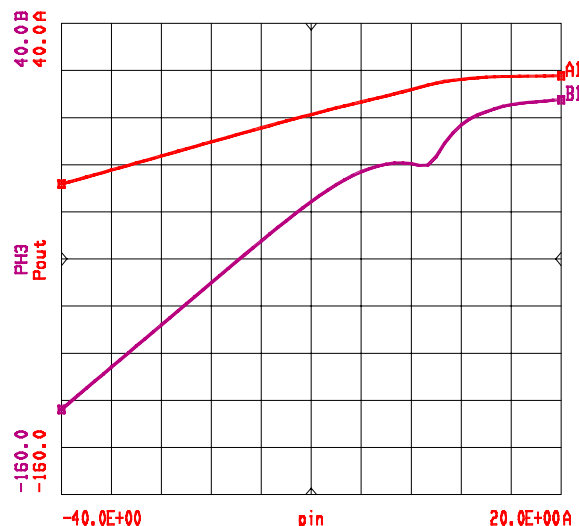
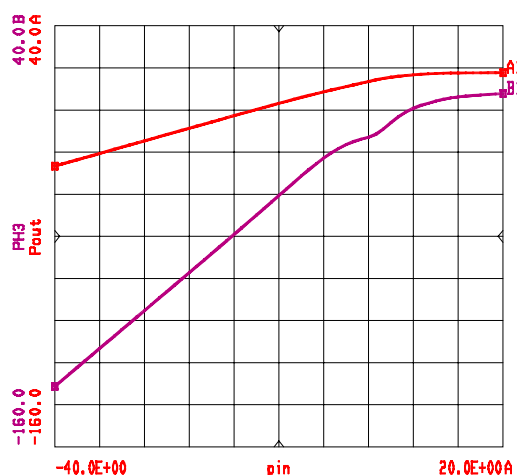


Fig. 29 - Curva de potência à fundamental e terceira harmónica para $V_{gs} = -1.22V$

O segundo caso, refere-se aquele para o qual se polarizou o transístor em classe C-B, perto da zona de corte, em que G_3 é positivo e máximo, $V_{gs} = -1.22V$, e G_5 negativo. Seguindo a linha de raciocínio anterior, observa-se expansão de ganho na curva fundamental, seguida de compressão quando o sinal entra na zona de tríodo. Quanto ao comportamento da 3ª harmónica, pode-se observar a existência de compressão, devido a G_5 estar em oposição de fase com G_3 , seguido de um mínimo de potência, novamente quando o sinal entra na zona de tríodo, comprimindo de seguida. Na Fig.29, pode-se observar estes efeitos. Consegue-se assim um efeito semelhante ao de classe C, mas com um melhor desempenho para sinal fraco.


 Fig. 30 - Curva de potência à fundamental e à terceira harmónica para $V_{gs}=-0.93V$.

O terceiro caso, é aquele para o qual se polarizou o transístor numa zona de G_3 máximo negativo e G_5 positivo, $V_{gs}=-.93V$. Esta é a zona onde, normalmente, se polarizam os transístores para operar em classe AB. Como é de prever, a fundamental irá apresentar compressão em toda a gama de potências, sendo esta compressão mais forte para zonas junto à zona de tríodo do transístor, facto este explicado nas secções C.5. Quanto á 3ª harmónica, esta apresenta uma compressão devido a G_3 estar em oposição de fase com G_5 , seguida de um salto de distorção, facto este explicado devido ao sinal entrar dentro da zona de tríodo comprimindo de seguida. Neste caso, não se observa nenhum tipo de mínimo, pois G_3 é negativo, ou seja, o valor da fase de G_3 não se altera em sinal fraco ou forte, Fig.30.


 Fig. 31 - Curva de potência à fundamental e à terceira harmónica para $V_{gs}=-0.78V$

No quarto caso, o transístor foi polarizado na zona de saturação, Classe A-AB, $V_{gs}=-0.78V$, neste caso, o valor de G_3 e G_5 estão em fase e são ambos negativos. De acordo com a teoria previamente explicada, a fundamental irá apresentar compressão em toda a sua gama e a 3ª harmónica irá apresentar expansão derivada da soma de G_3 com G_5 , seguida de compressão devido à entrada do sinal na zona de triodo.

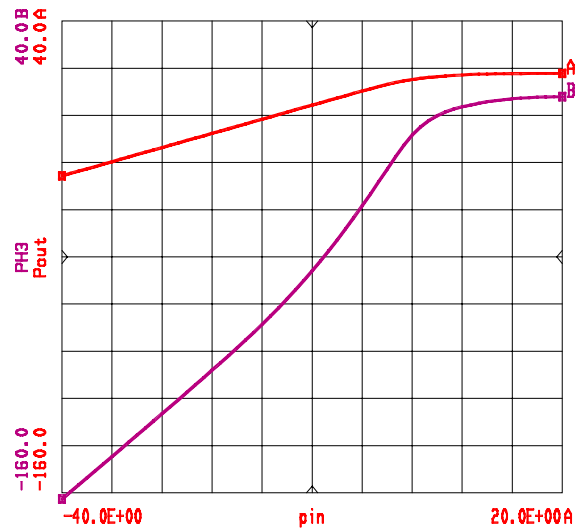


Fig. 32 - Curva de potência à fundamental e terceira harmónica para $V_{gs}=-0.54V$.

O quinto caso, é aquele para o qual o transístor está polarizado em classe A, $V_{gs}=-0.54V$. Neste caso, G_3 é negativo, antes do *sweet spot*, e $G_5 \approx G_3$. De igual modo, será de prever um comportamento análogo ao caso 4. Ou seja, compressão da fundamental em toda a gama e quanto à terceira harmónica, obteremos expansão seguida de um salto, agora quando o sinal entrar na zona de triodo.

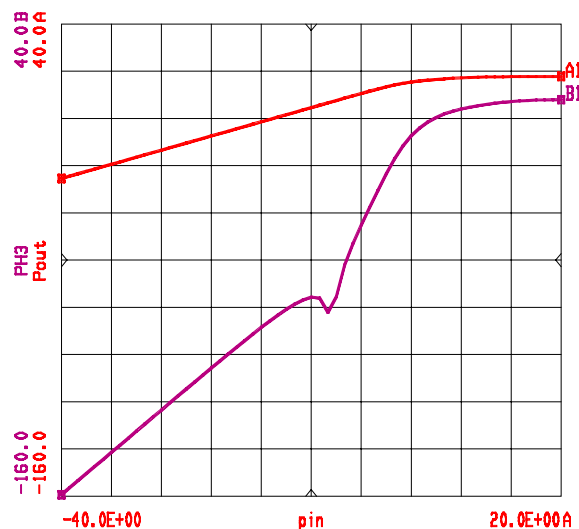


Fig. 33 - Curva de potência à fundamental e à terceira harmónica para $V_{gs} = -0.47V$.

No sexto caso, o transistor foi polarizado numa situação semelhante ao caso 5, só que agora G_3 é positivo e $G_5 \approx G_3$, depois do *sweet spot*, $V_{gs} = -0.47V$. Pode-se observar neste caso, um comportamento em tudo semelhante ao observado no caso 1 e 2 devido a se ter um G_3 positivo. A fundamental apresenta uma ligeira expansão e a 3ª harmónica um mínimo correspondente à entrada na zona de triodo.

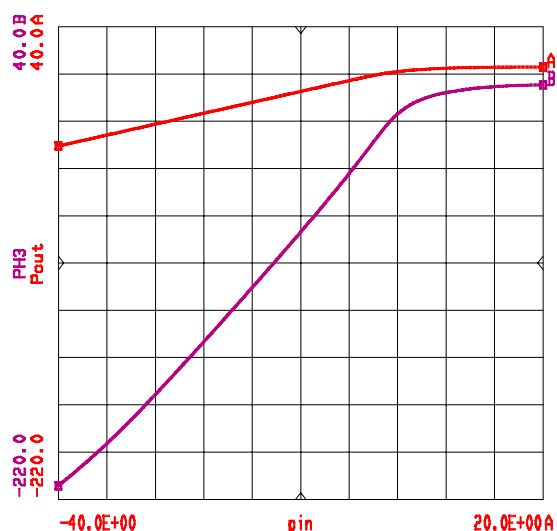


Fig. 34 - Curva de potência à fundamental e terceira harmónica para o *sweet spot*, $V_{gs} = -0.51V$.

No sétimo caso, o transistor foi polarizado no chamado *sweet spot* para o qual $G_3 \approx 0$, $V_{gs} = 0.51V$. Pode-se observar, que a distorção de sinal fraco é quase inexistente, prevalecendo agora a distorção de G_5 , e todas as conclusões podem ser inferidas,

considerando que a 3ª harmónica é apenas dependente da distorção provocada pela 5ª ordem, G_5 .

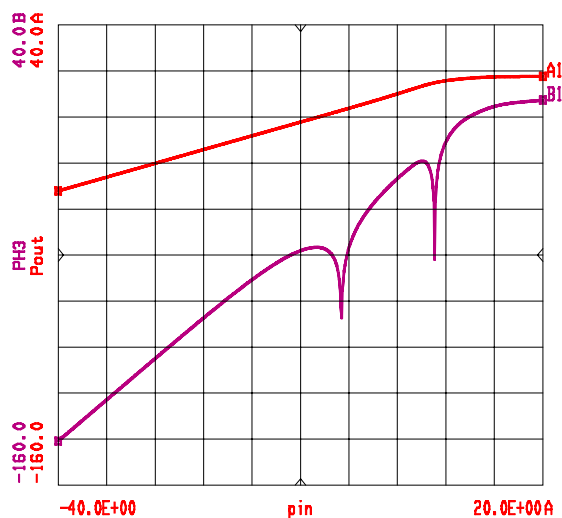


Fig. 35 – Caso de duplo mínimo.

Finalmente e como curiosidade, apresenta-se um caso para o qual a potência à terceira harmónica apresenta um duplo mínimo, gerado por iterações de 3ª→5ª e depois 5ª→sinal forte. O transistor foi polarizado numa zona em que $G_3 < 0$, $G_5 > 0$ e $G_5 \approx G_3 \approx 0$, $V_{gs} = -1.07V$.

E. Aplicação II

Devido a questões de eficiência em microondas, o circuito apresentado na Fig.27, não é utilizado. Isto deve-se ao facto de existirem perdas de potência na resistência de carga, provocadas por ser percorrida pela corrente DC de polarização do transistor. Sendo assim, o circuito utilizado em microondas é apresentado na Fig.36. Neste circuito, foram introduzidos dois elementos reactivos de modo a se isolar a recta de carga a AC da recta de carga a DC, este facto implica que, agora, a carga apresenta memória. Foram ainda adicionados elementos parasitas ao modelo, de modo a se modelar mais realisticamente os fenómenos existentes no transistor.

Como se está a considerar um modelo não linear mais realista, foram realizadas diversas simulações quando se polariza o transistor nas mesmas condições da aplicação I, e assim

verificar os efeitos na distorção não linear do sinal de saída, assim como o efeito que a distorção de sinal fraco tem na distorção final.

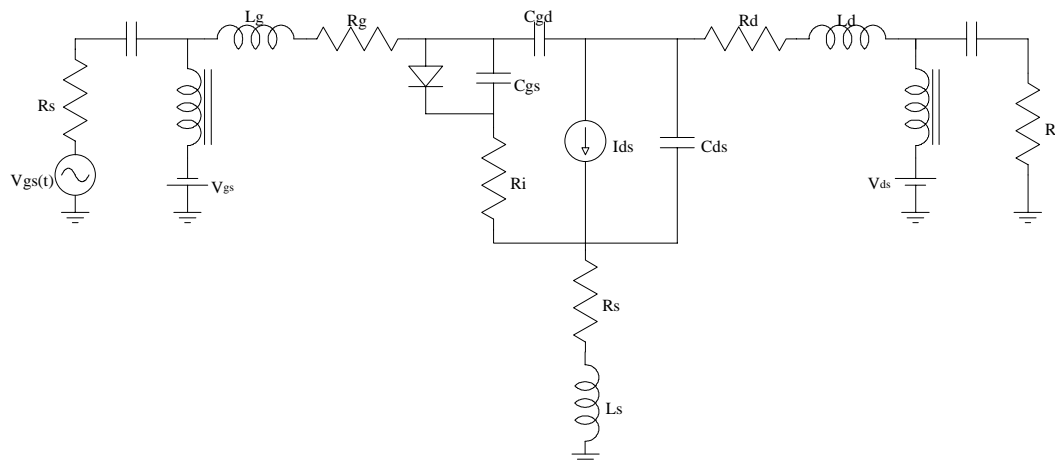


Fig. 36 - Circuito mais eficiente.

Devido a se ter introduzido duas rectas de carga distintas, quando o valor de DC da tensão de saída varia, devido a efeitos não lineares, terá de percorrer a recta de carga a DC, ou seja a recta de carga $\frac{1}{R_L} = \infty S$. Isto significa que o ponto médio de V_{ds} não poderá variar, no entanto, o valor médio de I_{ds} irá variar provocando uma alteração visível no ponto de repouso, Fig.37. Sendo assim, a curva da função característica, varia com a amplitude do sinal de excitação. Isto deve-se ao facto, de agora se ter adicionado memória ao circuito com os elementos reactivos extras. A excursão do sinal à saída varia com o ponto de repouso, conseguindo-se até uma compressão do sinal mais tarde, comparativamente à do circuito anterior.

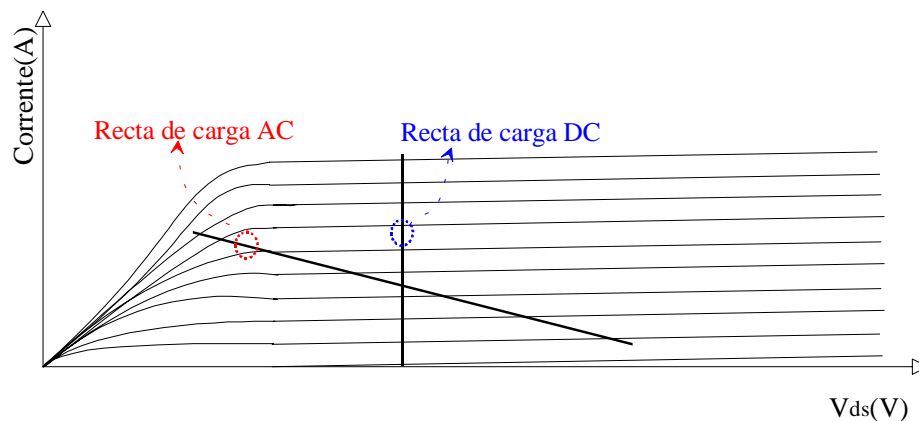


Fig. 37 –Recta de carga a DC e AC.

Por outro lado, se se observar a recta de carga AC, esta é em tudo semelhante à recta de carga do circuito anterior, levando a crer que todas as conclusões retiradas anteriormente serão aqui válidas. Polarizou-se este circuito nas mesmas condições do anterior, apresentando-se os resultados na Fig.38, apenas para os casos mais utilizados na prática. As curvas da Fig.38 carecem de explicação, pois são em tudo semelhantes às previamente apresentadas no caso do circuito mais simples.

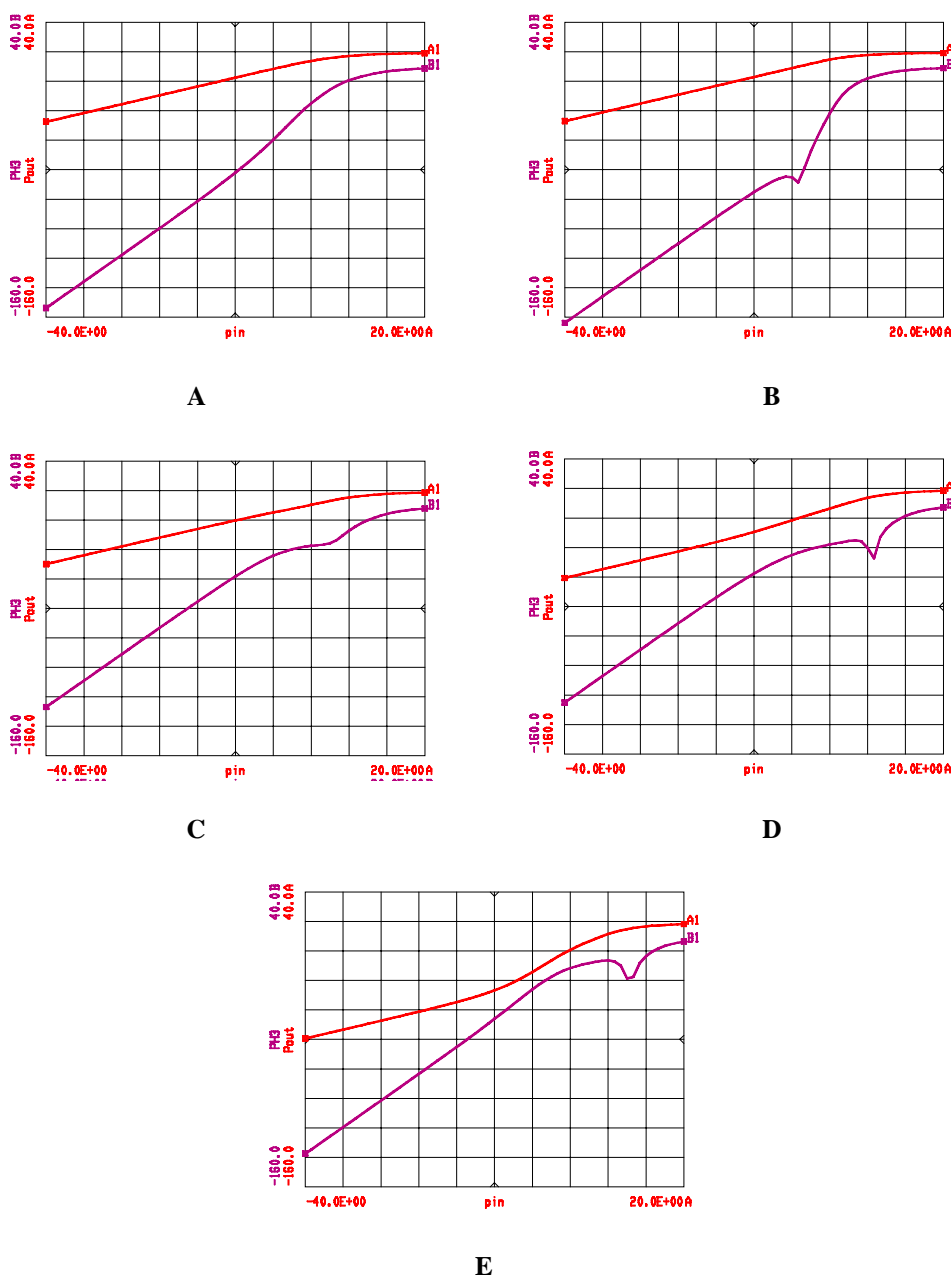


Fig. 38 – Fundamental e 3ª harmónica para **A** – Classe A (+), **B** – Classe A (-), **C** – Classe AB, **D** – Classe B, **E** – Classe C

Na Fig.39 apresentam-se as curvas de tensão e corrente temporais, e respectivas rectas de carga, antes e depois de entrar na zona de tríodo para o último caso apresentado, classe C. Verifica-se que o mínimo de distorção, 10dBm, acontece exactamente na entrada da zona de tríodo.

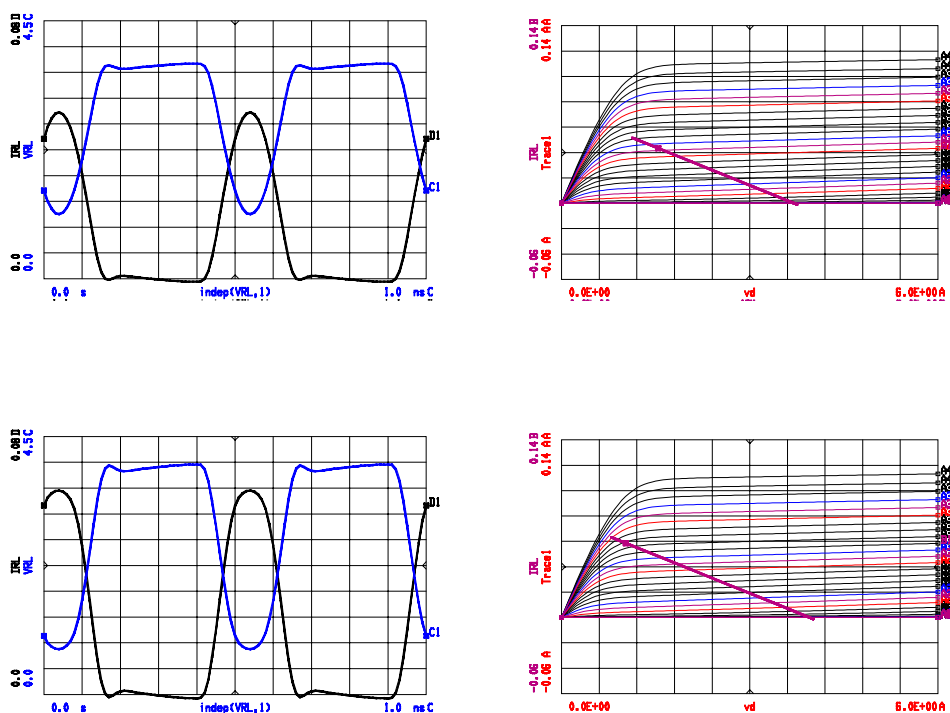


Fig. 39 – Curvas temporais e respectivas rectas de carga antes ($P_{in}=8\text{dBm}$) e depois da entrada na zona de tríodo ($P_{in}=10\text{dBm}$)

Depois de todos os casos analisados nesta secção, conclui-se que para um transistor polarizado na zona de saturação, em que $G_3 < 0$, a 3ª harmónica nunca apresentará mínimos, e a fundamental apresentará sempre compressão de ganho. No caso do transistor estar polarizado na zona de $G_3 > 0$, então aparecerão mínimos de 3ª harmónica, sempre que o sinal de saída do transistor atingir a outra zona de fortes não linearidades. Isto porque se prova que para potências elevadas, o valor das ordens superiores à 1ª, estão em oposição de fase^{iv}. Da observação das diferentes curvas, conclui-se ainda que a distorção derivada da zona de tríodo é muito mais forte do que a derivada da zona de corte, o que provoca saltos bruscos na distorção de 3ª harmónica, como foi observado nas figuras anteriores.

E.1 Estudo da Carga Resistiva Apresentada ao Transístor.

Estuda-se agora, o efeito da carga resistiva neste fenómeno, para isso polariza-se o transístor numa zona para a qual ele apresenta mínimos de 3ª harmónica, classe C. Realizam-se assim simulações de Balanço Harmónico para várias rectas de carga resistiva. Na Fig.40, apresenta-se o desenho das diferentes rectas de carga sobre as curvas DC do circuito.

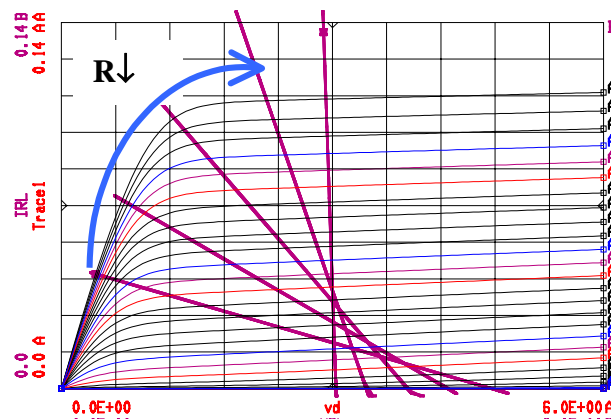


Fig. 40 - Rectas de carga a 1Ω , 10Ω , 25Ω , 50Ω , 100Ω .

A fundamental e a 3ª harmónica, para as diferentes rectas de carga da Fig. 40, estão representadas nas Fig.41 e 42.

^{iv} Num sistema com uma função característica similar a um transístor.

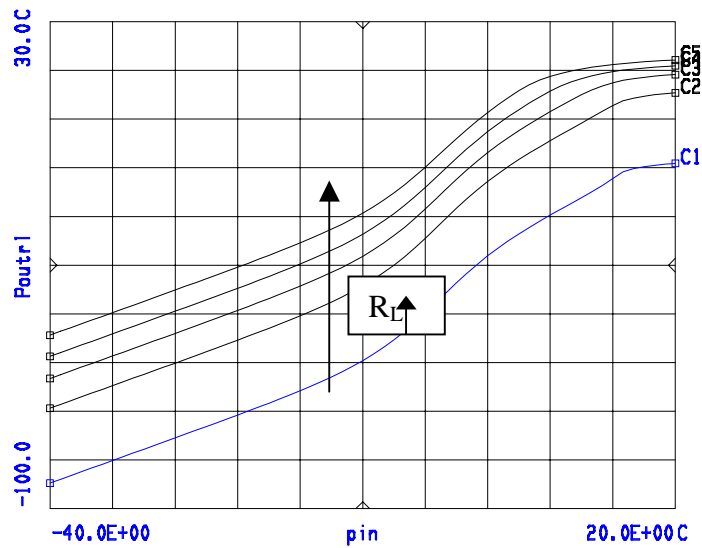


Fig. 41 - Curvas da fundamental para variação de carga.

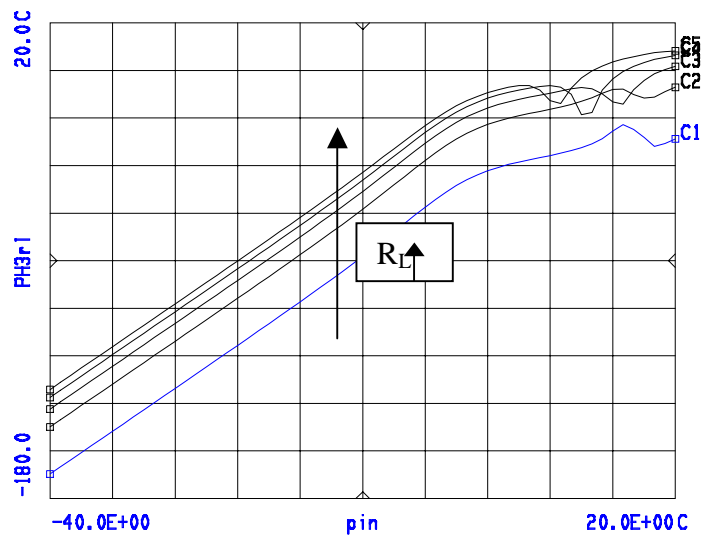


Fig. 42 - Curvas da 3ª harmónica para variação da recta de carga.

No caso da recta de 1Ω e 10Ω , a excursão de sinal de saída atingirá a zona de tríodo para valores de potência de entrada muito elevados. Desse modo, devido a G_3 estar em oposição de fase com G_5 , a partir de $P_{in}=0\text{dBm}$, começa a existir compressão da 3ª harmónica, até $P_{in}=10\text{dBm}$, altura para a qual a distorção de ordens superiores de V_{gs} começam a ter efeito e se observa uma ligeira expansão. Seguida de fenómenos difíceis de explicar, pois o sinal de entrada é de tal maneira forte que poderá ser um erro de convergência do Simulador de Balanço Harmónico.

No caso da recta de carga de 25Ω , o sinal de saída já poderá atingir a zona de tríodo. O que se verifica para $P_{in}=15\text{dBm}$, altura em que a 3ª harmónica apresenta um mínimo. Devido a se estar polarizado numa zona de G_3 positivo e máximo, então para potências elevadas observa-se uma expansão da fundamental, $P_{in}>-13.1\text{dBm}$, seguida de compressão para $P_{in}>15\text{dBm}$, zona para a qual o sinal começa a entrar na zona de tríodo.

Aumentando a carga para 50Ω , a excursão do sinal atinge mais rapidamente a zona de tríodo, pelo que a situação de mínimo de 3ª harmónica acontece para uma potência de entrada bastante mais reduzida.

Da Fig. 41, pode-se observar um comportamento em tudo semelhante ao dos casos anteriores, a fundamental apresenta expansão seguida de compressão, a 3ª harmónica apresenta compressão devido à oposição de fase entre G_3 e G_5 , Fig. 42.

Para 100Ω , os fenómenos observados são semelhantes ao caso de 50Ω , só que o mínimo atinge-se para valores inferiores de potência de entrada.

Como conclusão desta secção, pode-se afirmar que com o aumento do valor da carga, consegue-se deslocar o valor de mínimo em direcção a $-\infty\text{dBm}$ de P_{in} , isto devido a se conseguir atingir a zona de tríodo mais rapidamente, e assim controlar o aparecimento do valor nulo de 3ª harmónica.

F. Discussão e Conclusões

Como é do nosso conhecimento, esta é a primeira vez que alguém explica a origem dos mínimos de distorção que aparecem na 3ª harmónica e consegue de algum modo prevêê-los. Sendo assim, pode-se dizer que existem basicamente dois tipos diferentes de mínimos, aqueles que dependem única e exclusivamente da iteração de termos de distorção de sinal fraco, G_3 , G_5 etc., e aqueles que dependem da iteração da distorção de sinal fraco com sinal forte. De modo a validar as afirmações proferidas, apresenta-se de novo o caso da Fig.35, no qual se podem observar dois mínimos.

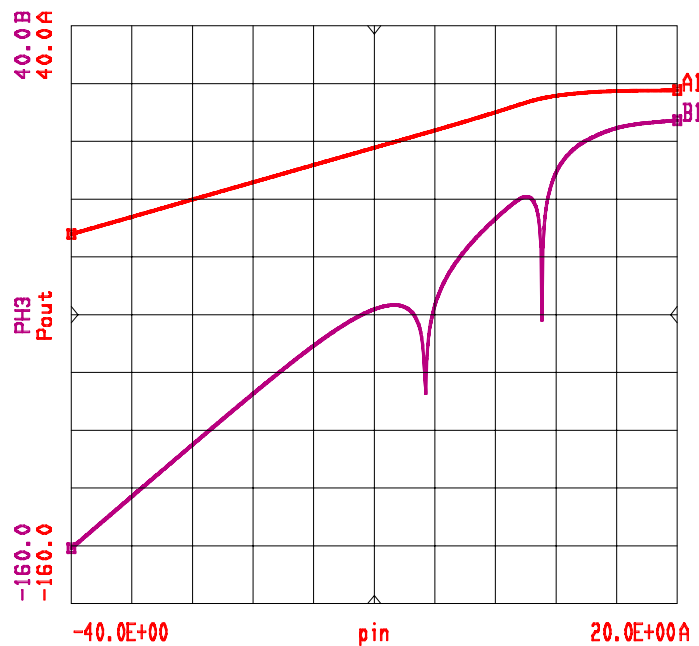


Fig. 43 - Apresentação de duplo mínimo.

No caso anterior, o transistor foi polarizado numa zona para a qual G_3 é muito reduzido, perto do primeiro *sweet spot*, identificado por Pedro [14], e G_5 é positivo. Como se pode observar, devido a G_3 ser bastante reduzido, a distorção de sinal fraco é quase inexistente, -160 dBm, quando a distorção derivada de G_5 começa a ter influência para a distorção de 3ª ordem, verifica-se um cancelamento da 3ª harmónica, 1º mínimo. A 3ª harmónica, começa então a apresentar um andamento algo superior a 3dB/dB, tendendo para um andamento a 5dB/dB, começando a seguir a apresentar uma compressão relativamente a esta curva, possivelmente devido a iterações de G_7 , G_9 etc. Quando a excursão de sinal entra na zona linear, observa-se outro mínimo, devido ao cancelamento do sinal fraco com o sinal forte, pois para sinal forte a distorção tem uma fase de 3ª harmónica negativa e a 5ª ordem, G_5 de sinal fraco é positiva; então como já explicado na secção C.5, aparecerá um cancelamento da distorção. Constata-se assim que é possível criar mínimos, ou preve-los, sendo no entanto curioso de observar que é possível obter mínimos em sinal fraco ou forte.

Também pela Fig.43, verifica-se que para o 2º mínimo o valor de compressão da fundamental é próximo de 1dB, ou seja o interesse deste mínimo pode ser importante, pois acontece no ponto para o qual é usual utilizar os amplificadores de potência.

Propõe-se a seguir uma metodologia para prever o aparecimento de mínimos em amplificadores que apresentem não linearidades iguais às estudadas neste trabalho.

1º Passo - Observe-se a distorção de sinal fraco. No caso de se procurar mínimos na 3ª harmónica, contabilize-se o valor de G_3 e G_5 , normalmente suficientes desde que o modelo seja bem comportado e G_7 não seja muito elevado, senão termos de ordem ímpar mais altas, deverão ser contabilizadas.

2º Passo - Se o objectivo é criar um mínimo, polarize-se o transistor numa zona, para a qual este apresente um G_3 e se possível um G_5 positivos. No caso de G_3 ser positivo e G_5 negativo, é necessário observar se o valor de G_5 é suficiente para inverter o sinal de H_{3T} antes de este atingir a zona de tríodo.

3º Passo - Com este ponto de polarização, escolha-se uma recta de carga adequada, de modo, que para a potência de excitação para a qual se pretende o mínimo, esta atinja a zona de tríodo.

4º Passo - Para essa potência de excitação será possível criar a aparição de um mínimo à harmónica considerada.

No caso de se pretender estudar os mesmos efeitos aqui previstos noutro tipo de não linearidade, propõe-se seguir um percurso em tudo semelhante ao utilizado neste trabalho. Ou seja, obtenha-se informação acerca da distorção de sinal fraco, o equivalente a G_3, G_5 , etc. Obtenha-se informação, talvez via Função Descritiva da distorção de sinal forte, principalmente da sua fase. De acordo com as fases apresentadas preveja-se a variação das amplitudes dos sinais ao longo da excursão do sinal.

G. Referências

- [1] J. C. Pedro e J. Perez, “Accurate Simulation of GaAs MESFET's Intermodulation Distortion Using a New Drain-Source Current Model”, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, pp.25-33, vol. 42, nº 1, Janeiro, 1994.

- [2] S. A. Maas, *Nonlinear Microwave Circuits*, Artech House, 1988.
- [3] J. C. Pedro, "Evaluation of MESFET Nonlinear Intermodulation Distortion Reduction By Channel Doping Control", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, pp.1989-1997, vol. MTT-45, nº 11, Novembro, 1997.
- [4] Stephen A. Maas, "How to Model Intermodulation Distortion", IEEE Microwave Theory and Techniques Symposium Digest, pp. 149-151, 1991.
- [5] Solti Peng, Patrick J. McCleer e George I. Haddad, "Nonlinear Models for the Intermodulation Analysis of FET Mixers", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, pp.1037-1045, vol. MTT-43, nº 5, Maio, 1995.
- [6] J. Angel Garcíá, A. Mediavilla, J. Carlos Pedro, N. B. Carvalho, A. Tazón e J. L. Garcia, "Characterizing the Gate to Source Nonlinear Capacitor Role on GaAs FET IMD Performance", Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp. 2344-2355, Vol. 46, nº 12, Dezembro, 1998.
- [7] C. Blanco, "Gain Expansion and Intermodulation in a MESFET Amplifier", Electronics Letters, pp.31-32, V-15, N-1, Janeiro, 1979.
- [8] Scott R. Novis e Leonard Pelletier; "IMD Parameters Describe LDMOS Device Performance", Microwaves & RF, pp. 69-74, Vol. 37, Nº 7, Julho, 1998.
- [9] R. Hajji, F. Beauregard e F. Gannouchi, "Multitone Power and Intermodulation Load-Pull Characterisation of Microwave Transistors Suitable for Linear SSPA's Design", IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech, pp.1093-1099, vol. MTT-45, Julho, 1997.
- [10] A. E. Parker e J. B. Scott, "Intermodulation nulling in GaAs MESFET's", Electronic Letters, pp. 1961-1962, Vol.29, Nº2, Outubro, 1993.
- [11] M. Schetzen, *The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems*, John Wiley & Sons, New York, 1980.
- [12] Arthur Gelb e Wallace E. V. Velde, *Multiple-Input Describing Functions and Nonlinear System Design*, McGraw-Hill, 1968.
- [13] Clark-Hess, *Communication Circuits Analysis and Design*, Addison-Wesley, U.S.A., 1971.
- [14] José Carlos Pedro, "Técnicas de Linearização de Amplificadores de Potência em Microondas", Tese de doutoramento, Universidade de Aveiro, Agosto, 1993.
- [15] José Carlos Pedro e Jorge Perez, "A Novel Nonlinear GaAs FET Model for Intermodulation Analysis in General Purpose Harmonic Balance Simulators", 23rd European Microwave Conference, pp. 714-716, Madrid, Setembro, 1993.
- [16] Hamilton Guiderizzi, *Um curso de Cálculo*, Livros técnicos e científicos EDITORA, 2º Edt., Vol.1. Rio de Janeiro, 1987.

Página em Branco

5

Sinais Multi-ton

Validação Experimental

A. Introdução

A análise realizada no capítulo 4, baseou-se no estudo da resposta de um dispositivo não linear terminado numa carga resistiva. No entanto, os circuitos a estudar, são amplificadores de potência de banda estreita, para assim retirarem o máximo desempenho de ganho, potência e eficiência. Nestas circunstâncias, o circuito electrónico não se baseia apenas num dispositivo não linear terminado numa carga resistiva, mas é constituído por uma malha de entrada para adaptação de ganho, estabilidade e uma malha de saída projectada para optimização de rendimento, máxima potência e estabilidade. Estas malhas são sintonizadas na frequência, fazendo com que os circuitos sejam de banda estreita, normalmente com larguras de banda de até 10% da componente fundamental.

Devido a este facto, o estudo de único tom que se realizou no capítulo anterior deixa de ser válido, pois as harmónicas do sinal, vão aparecer fora da largura de banda das malhas e são por isso fortemente alteradas em amplitude e fase.

Surge assim a necessidade de utilizar outro tipo de excitação, para ser possível a sua caracterização do ponto de vista de distorção não-linear. A excitação a utilizar, deverá ser aquela que melhor se aproxima das excitações reais. Em sistemas de telecomunicações, os sinais utilizados servem para transmitir informação, por isso, a melhor forma de os modelar é por um sinal de ruído branco *Gaussiano* de largura de banda estreita [1].

Uma aproximação a este tipo de excitação, amplamente utilizada pela comunidade científica que se dedica a problemas de circuitos não lineares, é a excitação de duplo tom sinusoidal [2], apresentando uma separação entre si inferior ou igual à largura de banda do circuito. Neste caso, prova-se [3] que o circuito não linear, além de gerar harmónicas a cada componente de excitação, gera ainda componentes de distorção correspondentes a misturas de dois tons, chamados de intermodulação, IMD. Em [4] apresentam-se todas as componentes da resposta não linear a um sistema de 3ª ordem.

Das misturas de distorção não linear, num sistema de 3ª ordem, apenas as frequências a: $2\omega_1 - \omega_2$, $\omega_1 + \omega_1 - \omega_1$, $\omega_1 + \omega_2 - \omega_2$, $\omega_2 + \omega_2 - \omega_2$, $\omega_2 + \omega_1 - \omega_1$ e $2\omega_2 - \omega_1$, aparecem dentro da largura de banda do circuito. Dentro destas, apenas as componentes às frequências: $2\omega_1 - \omega_2$ e $2\omega_2 - \omega_1$, serão utilizadas para medir a distorção de intermodulação existente, IMD, pois as outras, $\omega_x + \omega_y - \omega_y$, serão mascaradas pelo próprio sinal de saída.

Considere-se agora as expressões (1-13), apresentadas no capítulo anterior. Verifica-se que continuam válidas para excitações de duplo tom. Pois para sinal fraco as séries de *Volterra* são igualmente válidas e para sinal forte é possível calcular a Função Descritiva para sinais duplo-tom, TSIDF. Pode-se ainda calcular a Função Descritiva de 2 tons, a partir da Função Descritiva de um tom [5], tornando assim a análise realizada no capítulo anterior igualmente válida para excitação de dois ou mais tons sinusoidais.

Neste capítulo, apresenta-se a extensão da análise anterior para o caso de excitação de entrada de duplo tom. Estuda-se, ainda, o efeito das malhas no comportamento de distorção de intermodulação. A seguir valida-se experimentalmente todas as aproximações teóricas

obtidas, para o caso de dois e mais tons de excitação, incluindo espectro contínuo, ou seja ruído branco *Gaussiano* de banda estreita.

B. Modelo do Comportamento a 2 Tons.

De igual modo ao realizado no capítulo anterior, para um tom, nesta secção apresenta-se o modelo de comportamento para dois tons, focando a distorção de intermodulação à frequência $2\omega_2 - \omega_1$.

O modelo do comportamento de um sinal de excitação a dois tons, enquanto sinal fraco, é igual ao estudado anteriormente, utilizando-se as séries de *Volterra*. O modelo de sinal forte, baseia-se na Função Descritiva de dois tons. Esta pode obter-se directamente da expansão em série de Fourier bi-dimensional ou, alternativamente, da Função Descritiva de entrada sinusoidal, usando a técnica apresentada em [5]. O modelo de comportamento para distorção à frequência $2\omega_2 - \omega_1$ é então:

$$I_{out}(2\omega_2 - \omega_1) = \frac{3A^3}{8} H_3(\omega_2, \omega_2, -\omega_1) e^{j[2\phi_2 - \phi_1]} + \frac{50A^5}{32} H_5(\omega_2, \omega_2, -\omega_1, \omega, -\omega) e^{j[2\phi_2 - \phi_1]} + (1) \\ + LS_2(DC, A, 2\omega_2 - \omega_1)$$

onde $LS_2(DC, A, 2\omega_2 - \omega_1)$ é, de igual modo ao caso de um tom, denominada “contribuição de sinal forte de 2 tons”:

$$LS_2(DC, A, 2\omega_2 - \omega_1) \equiv A * TSIDF_1(DC, A, 2\omega_2 - \omega_1) - SS_{Iout}(DC, A, 2\omega_2 - \omega_1), \quad (2)$$

Em que $TSIDF(DC, A, 2\omega_2 - \omega_1)$ corresponde à função descritiva de dois tons e $SS_{Iout}(DC, A, 2\omega_2 - \omega_1)$ corresponde às séries de *Volterra* de sinal fraco.

Comparado com as séries de *Volterra* a parcela $LS_2(DC, A, 2\omega_2 - \omega_1)$ é nula para sinal fraco, e é dominante para sinal forte. Definindo-se, neste caso, sinal forte quando a envolventeⁱ do sinal de excitação atingir o díodo de entrada do modelo equivalente do MESFET, ou a excursão da envolvente do sinal de saída entrar na zona de tríodo.

Num sistema sem memória, como o considerado, se a corrente de saída à frequência $2\omega_2 - \omega_1$, $I_{out}(2\omega_2 - \omega_1)$, se apresentar em fase com a fundamental, para sinal fraco, e depois tender para 180° em sinal forte, então deverá aparecer um mínimo decorrente da interacção de sinal fraco, $SS_{Iout}(DC, A, 2\omega_2 - \omega_1)$, com forte $LS(DC, A, 2\omega_2 - \omega_1)$.

No capítulo seguinte estende-se esta teoria ao caso de dois tons.

C. Estudo da Resposta à Excitação de Dois Tons.

Para estudar a resposta de um MESFET a um sinal duplo tom, um circuito semelhante ao da Fig.27, capítulo 4, foi utilizado, Fig.1.

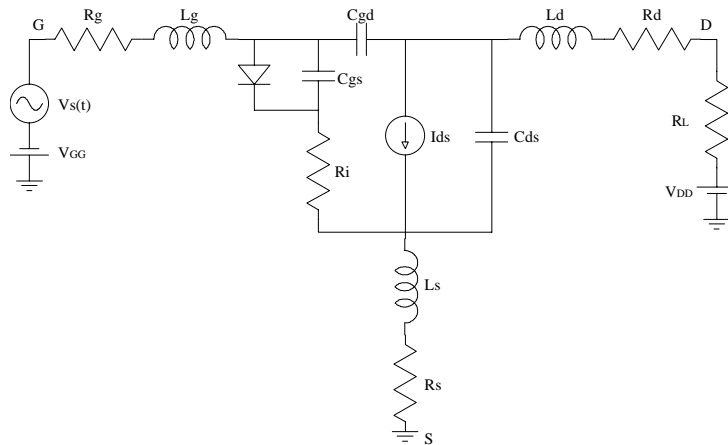


Fig. 1 – Circuito utilizado para a análise a dois tons.

ⁱ Recorde-se que no caso de excitações multi-ton, a envolvente depende do número de tons e do arranjo de fases entre eles, como explicado no apêndice A.

Apresenta-se na Fig.2, a função característica e as suas primeiras derivadas de ordem ímpar, permitindo a escolha de alguns pontos de polarização, adequados à demonstração pretendida para dois tons.

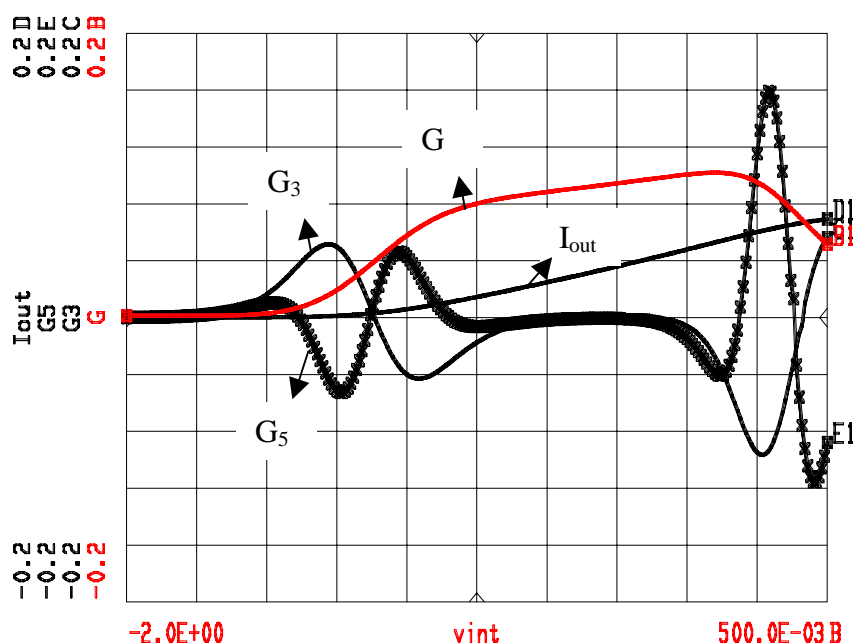


Fig. 2 – Função característica e as derivadas de 1ª, 3ª e 5ª ordem.

Para ilustrar os pressupostos teóricos anteriormente apresentados, foram realizadas simulações de Balanço Harmónico a dois tons sobre o circuito da Fig. 1, considerando diversas condições de polarização. Os resultados destas simulações para a potência de saída à fundamental (ω_1), e a distorção IMD à frequência ($2\omega_2 - \omega_1$), são apresentados na Fig.3.

O caso **A**, corresponde à polarização do dispositivo perto da tensão de corte. Este tipo de funcionamento é apelidado de amplificador de potência em Classe B, ($V_{GG} = V_{inDC} = -1.27V$). Pode ai observar-se que a IMD, para sinal fraco, tem um declive de 3dB por cada dB de incremento da excitação de entrada e quando a potência da componente fundamental começa a comprimir, obtém-se um mínimo de IMD. Como já explicado no capítulo anterior, o mínimo de IMD relaciona-se com a fase da IMD para sinal fraco que, como se pode observar pela Fig.2, apresenta para este ponto de polarização uma fase de 0° , tendendo para 180° em sinal forte.

Como também já foi referido, num circuito real, a distorção de sinal forte acontece quando a envolvente do sinal atinge o díodo de entrada, ou a excursão do sinal de saída entra na zona de triódo do MESFET.

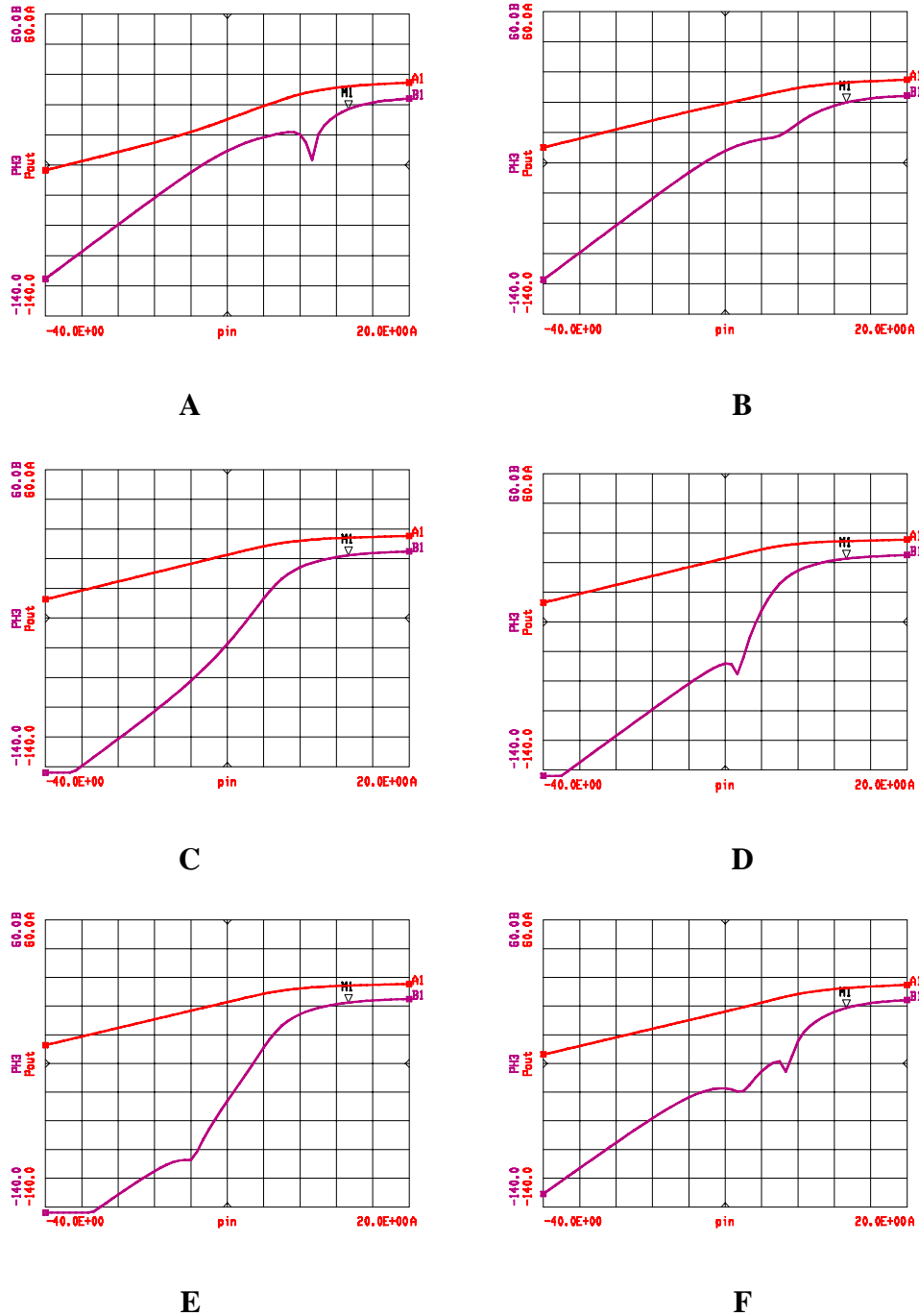


Fig. 3 – Potência de saída e IMD para: **A** - Classe B, **B** - Classe AB, **C** - Classe A (-), **D** - Classe A (+), **E** –*Sweet Spot* de sinal fraco e **F** – Mínimo duplo.

No caso **B**, o amplificador foi polarizado para funcionar em classe AB, com $V_{inDC} = -0.97V$. Devido ao facto de G_3 ser negativo, a fase da IMD para sinal fraco é de agora 180° . De acordo com as expressões da secção B, pode-se constatar que não aparecerá nenhum mínimo de IMD na transição de sinal fraco, sinal forte, ocorrendo apenas uma pequena compressão desta. Este facto ocorre porque para a tensão de polarização $V_{inDC} = -0.97V$ G_3 e G_5 estão em oposição de fase, fazendo com que G_5 tenha um efeito de compressão sobre G_3 , antes do aparecimento da outra fonte de não linearidade, caso para o qual a IMD tem um crescimento rápido.

O caso **C**, é um amplificador em classe A, polarizado para $V_{inDC} = -0.45V$. O valor de G_3 é outra vez negativo, mas está em fase com G_5 . Nesta situação, a IMD expande-se em sinal fraco e comprime-se para sinal forte, como já tinha sido previsto pela teoria desenvolvida. De igual modo, não existe nenhum mínimo de IMD.

No caso **D**, o dispositivo foi outra vez polarizado para classe A, $V_{inDC} = -0.31V$, mas com uma corrente de polarização superior e num ponto para o qual G_3 é positivo. Como se pode observar pela Fig.3D, aparecerá um mínimo de IMD, na transição de sinal fraco para forte, semelhante ao que já havia sido obtido para o caso **A**.

Polarizou-se agora o circuito no chamado *sweet spot* de sinal fraco [6], caso **E**, com $V_{inDC} = -0.4V$. Neste ponto de polarização, $G_3 \approx 0$ e G_5 é predominante. Apesar da curva de IMD poder ser explicada utilizando os mesmos pressupostos teóricos, o seu comportamento de sinal fraco, é agora justificado por G_5 , como se pode observar em 3E pelo declive da IMD, (5dB/dB).

Finalmente, a título de curiosidade, o circuito foi polarizado num ponto para o qual $G_3 < 0$, $G_5 > 0$ e $G_3 \approx G_5$: $V_{inDC} = -1.1V$. Neste caso, será gerado um duplo mínimo. O primeiro mínimo é originado pela interacção de sinal fraco, derivado da 3ª com a 5ª ordem, enquanto que o segundo mínimo deriva da interacção de sinal fraco, agora controlado por G_5 , com sinal forte.

Ficou assim demonstrado que a teoria desenvolvida no capítulo anterior é igualmente aplicável ao caso de duplo tom.

D. Variação das Malhas às Diversas Harmónicas.

Todas as conclusões previamente obtidas foram alcançadas utilizando um circuito muito simples e sem memória. Nesta secção vamos considerar, como já havia sido referido na introdução, que o circuito a estudar apresenta malhas reactivas de entrada e de saída.

Como o circuito apresenta memória, as séries de *Volterra* terão agora de contabilizar esse efeito. Devido às séries de *Volterra* já terem sido desenvolvidas para um MESFET em [2-4-6-7], e no capítulo 4, apresenta-se aqui, apenas, a parte desse desenvolvimento que permite explicar os fenómenos de IMD pretendidos.

Para ilustrar os efeitos das malhas sobre o comportamento de IMD do dispositivo, considere-se que se polarizou o amplificador num ponto perto do corte. Porque neste caso, o amplificador apresenta um ganho muito reduzido, pode-se provar que neste ponto apenas alguns coeficientes da expansão da série de *Taylor* bi-dimensional de $I_{ds}(V_{gs}, V_{ds})$ devem ser retidos [4]:

$$G_m = \frac{\partial I_{ds}}{\partial V_{gs}}; G_{m2} = \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 I_{ds}}{\partial^2 V_{gs}}; G_{m3} = \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 I_{ds}}{\partial^3 V_{gs}}; G_{ds} = \frac{\partial I_{ds}}{\partial V_{ds}} \text{ e } G_{md} = \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 I_{ds}}{\partial V_{gs} \partial V_{ds}}$$

Sendo assim as funções de Transferência não lineares serãoⁱⁱ:

$$H_1(\omega) = \frac{G_m}{1 + G_{ds} Z_L(\omega)}, \quad (3)$$

$$H_2(\omega_1, \omega_2) = \frac{2G_{m2} + G_{md} [Z(\omega_1)H_1(\omega_1) + Z(\omega_2)H_1(\omega_2)]}{2 + 2G_{ds} Z_L(\omega_1 + \omega_2)} \quad (4)$$

$$H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{1}{6 + 6G_{ds} Z_L(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)} (6G_{m3} + 2G_{md} Z_L(\omega_1 + \omega_2)H_2(\omega_1, \omega_2) + 2G_{md} Z_L(\omega_1 + \omega_3)H_2(\omega_1, \omega_3) + 2G_{md} Z_L(\omega_2 + \omega_3)H_2(\omega_3, \omega_2)) \quad (5)$$

ⁱⁱ Série de *Volterra* já obtida na secção C.1 do capítulo 4.

Considerando a distorção de IMD, à frequência $2\omega_2 - \omega_1$, então a corrente de saída é dada por:

$I_{ds}(2\omega_2 - \omega_1) = 3/8 H_3(2\omega_2 - \omega_1) * A^3$, com:

$$H_3(2\omega_2 - \omega_1) = \frac{1}{6 + 6G_{ds}Z_L(2\omega_2 - \omega_1)} (6G_{m3} + 2G_{md}Z_L(2\omega_2)H_2(\omega_2, \omega_2) + 4G_{md}Z_L(\omega_2 - \omega_1)H_2(\omega_2, -\omega_1))$$

$$H_2(\omega_2, \omega_2) = \frac{2G_{m2} + 2G_{md}Z(\omega_2)H_1(\omega_2)}{2 + 2G_{ds}Z_L(2\omega_2)} e$$

$$H_2(\omega_2, -\omega_1) = \frac{2G_{m2} + G_{md}[Z(\omega_2)H_1(\omega_2) + Z(-\omega_1)H_1(-\omega_1)]}{2 + 2G_{ds}Z_L(\omega_2 - \omega_1)}. \quad (6)$$

Define-se $Z_L(\omega_2 - \omega_1)$ como a impedância de carga à banda-base e $Z_L(2\omega_2)$ como a impedância de carga à 2ª harmónica, apresentadas pela malha de adaptação de saída. Variando o valor de ambas as cargas, consegue-se assim variar a fase de $H_3(2\omega_2 - \omega_1)$ e como tal variar a fase da IMD de sinal fraco. É assim possível alterar o comportamento da IMD, como apresentado na Fig.4A.

A validação desta hipótese implica a realização de simulações de Balanço Harmónico considerando o dispositivo anterior. Neste teste a impedância de carga à banda-base, segunda harmónica e harmónicas superiores à segunda, são alteradas independentemente. São apresentados na Tab.1 e Fig.4, os diversos casos simulados. Quando se refere a “Variável” na Tab.1, significa que a impedância de carga nessa gama de frequências tomou o valor de: $S_{load} = 1|\theta^\circ$ onde $\theta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ e 270° .

Tabela 1 – Casos de variação das malhas de saída.

Arranjo	S à Banda-Base	S à 2ª Harm.	S à >2ª Harm.
A	Variável	1 180°	1 180°
B	Variável	1 0°	1 180°
C	1 180°	Variável	1 180°
D	1 0°	Variável	1 180°
E	1 180°	1 180°	Variável
F	1 0°	1 180°	Variável

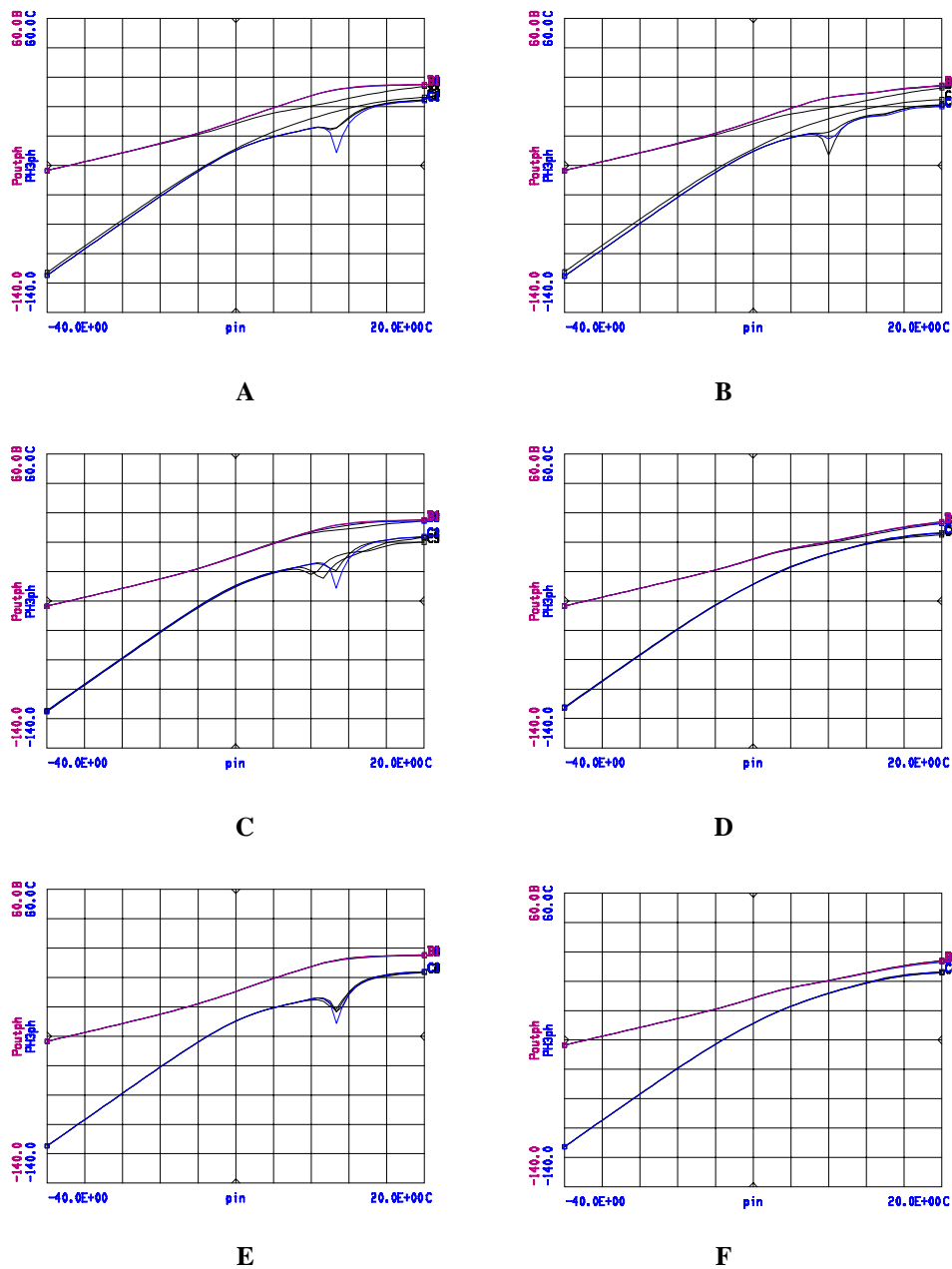


Fig. 4 – Potência de saída e IMD para a variação das malhas de saída:
 A – B – Banda base ; C – D – 2ª harmónica e E – F – harmónicas superiores à 2ª.

Como se pode observar pelos casos A e B, alterações nas malhas de saída à banda base, provocam o desaparecimento do nulo observado na IMD, caso de circuito aberto à banda base. Altera-se assim radicalmente o comportamento da IMD. Este facto pode ser explicado, utilizando a expressão (6), na qual se pode constatar que uma alteração de $Z_L(\omega_2 - \omega_1)$, pode alterar a fase da IMD de sinal fraco e portanto eliminar a possibilidade da existência de um mínimo desta.

Nos casos **C** e **D**, a 2ª harmónica foi alterada. Como se pode observar pelas figuras, uma variação da 2ª harmónica para um curto-circuito à banda base, provoca alterações significativas no comportamento da IMD. No entanto, a variação da 2ª harmónica para um circuito aberto à banda base, não provoca grande alteração; o que significa que a carga à banda base, tem um impacto bastante superior na IMD, do que a de 2ª harmónica. Estes efeitos podem ser de novo previstos pela expressão (6).

Finalmente, nos casos **E-F**, variou-se as impedâncias de carga às harmónicas superiores à 2ª. Neste caso e como se pode comprovar pela expressão (6), o comportamento de sinal fraco de IMD não é alterado, fazendo com que o seu comportamento total não seja afectado significativamente, como se pode observar pelas Fig.4E e 4F.

Em conclusão, pode-se afirmar, que se o objectivo é a geração de um mínimo de IMD, então a impedância de carga à 2ª harmónica e à banda base deverão ser o mais próximo possível do curto-circuito.

E. Validação Experimental

De modo a validar a teoria apresentada nos capítulos e secções anteriores, construiu-se um amplificador para a banda C, baseado num dispositivo activo MESFET. Este amplificador foi projectado para máxima potência de saída e óptima IMD, Fig.5-6. Isto significa que a malha de entrada do circuito foi projectada de modo a proporcionar máxima transferência de potência, enquanto que a malha de saída foi projectada de modo a obter máxima potência de saída, utilizando para o efeito uma impedância de carga à fundamental, de acordo com a técnica de *Cripps* [8] e um curto-circuito à banda base e à 2ª harmónica para óptima IMD.

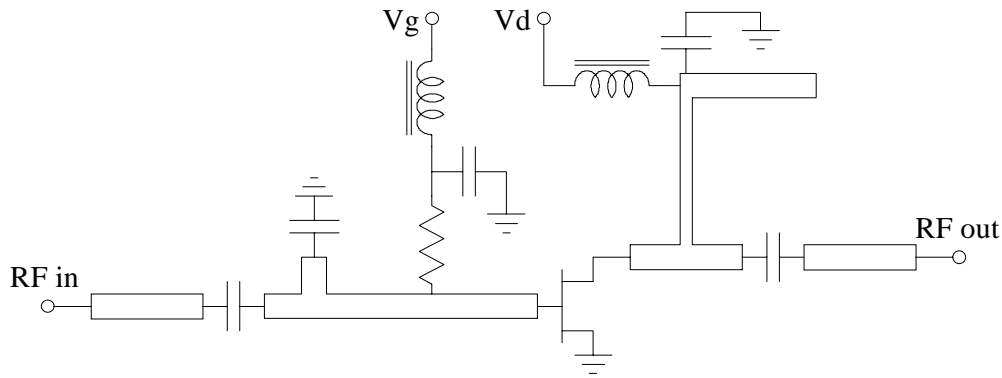


Fig. 5 – Amplificador de potência baseado num MESFET utilizado para validação experimental.

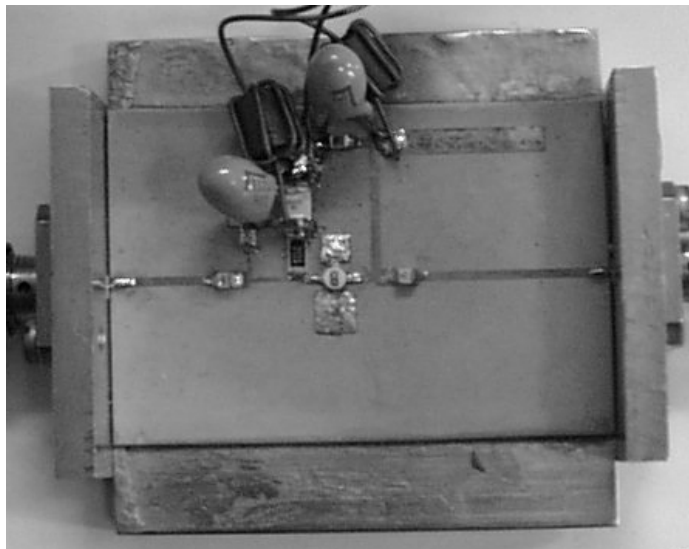


Fig. 6 – Fotografia do amplificador de potência real.

O modelo utilizado para o MESFET é equivalente ao previamente apresentado na Fig.2, com um $V_T = -1.24V$. Para modelar a corrente, $I_{ds}(V_{gs}, V_{ds})$, utilizou-se o modelo de *Pedro* [9]. Na Fig.7, podem-se observar os valores simulados e medidos da variação da corrente $I_{ds}(V_{gs}, V_{ds})$ com V_{gs} e as suas duas primeiras derivadas de ordem ímpar.

A comparação entre estes dois grupos de resultados, avalia a qualidade do modelo para a descrição da IMD em sinal fraco.

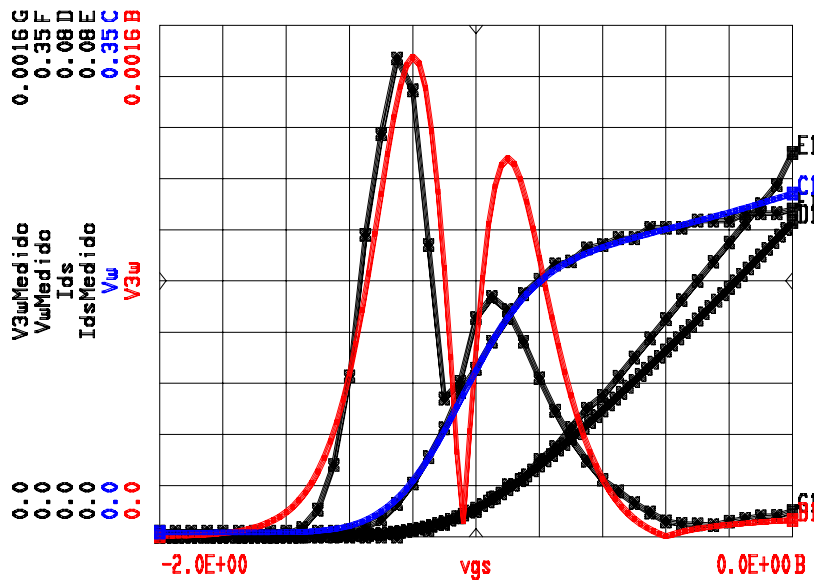


Fig. 7 – Comparação entre os resultados simulados e medidos de IMD de sinal fraco.

Na validação experimental, utilizaram-se dois pontos de polarização diferentes para o amplificador de potência, um para classe B ($V_{gs}=-1.24V$) e outro para classe AB ($V_{gs}=-0.61V$), ambos com $V_{ds}=3V$. Em ambas as condições, o amplificador foi excitado utilizando um sinal de duplo tom, uma sequência pseudo-aleatória e ruído *Gaussiano* de banda estreita.

E.1 Resposta à Excitação de Dois Tons.

Na Fig.8, podem-se observar os resultados medidos e simulados, para a potência de saída à frequência fundamental, P_{out} ($\omega_2=2\pi*2.001GHz$), e a distorção de intermodulação, IMD ($2\omega_2-\omega_1=2\pi*2.003GHz$), em função da potência de entrada, P_{in} . Estes resultados foram obtidos para o dispositivo polarizado em classe AB. É visível a típica curva de compressão de ganho à fundamental e o declive de 3dB da curva de IMD, até atingir o sinal forte, altura para a qual a IMD comprime.

Da Fig.8 constata-se que os valores medidos e experimentais, apresentam uma aproximação bastante razoável, provando assim que o modelo e a técnica de simulação utilizados são bastantes robustos.

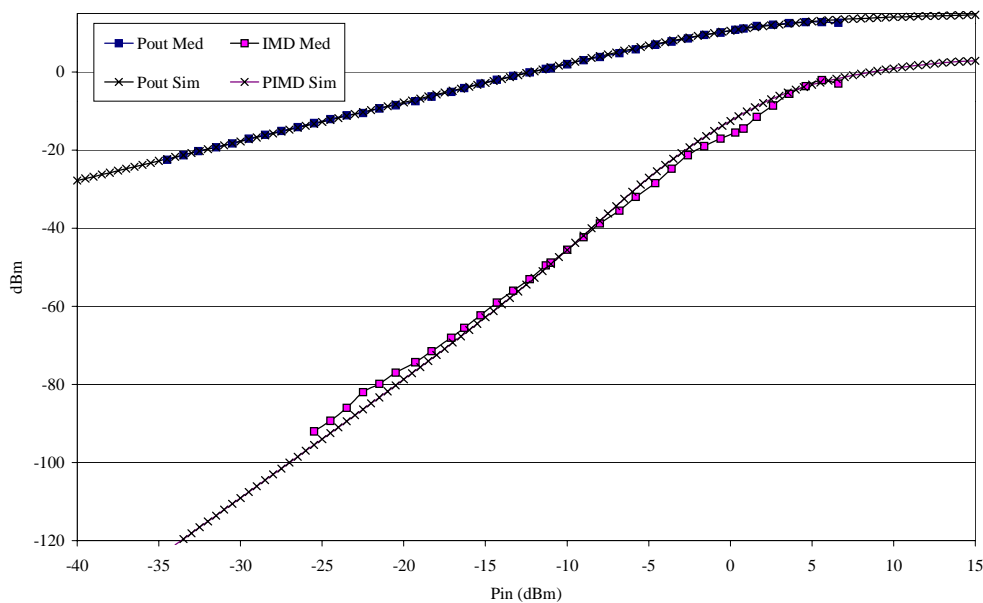


Fig. 8 – Curvas medidas e simuladas para o amplificador em classe AB ($V_{gs} = -0.61V$) à fundamental e IMD.

Considere-se agora que a tensão de porta, V_{gs} , foi alterada, de modo a obter um G_3 positivo, ($V_{gs} = 1.24V$). O transistor está polarizado em classe B. Utilizando a expressão (1), pode-se prever agora que o comportamento da IMD apresenta um mínimo na transição entre o sinal fraco e sinal forte, devido ao facto que nesse ponto a fase de $LS(DC, A, 2\omega_2 - \omega_1)$ tender para 180° . Mais uma vez o circuito foi simulado utilizando um simulador de Balanço Harmónico e o modelo apresentado na Fig.7.

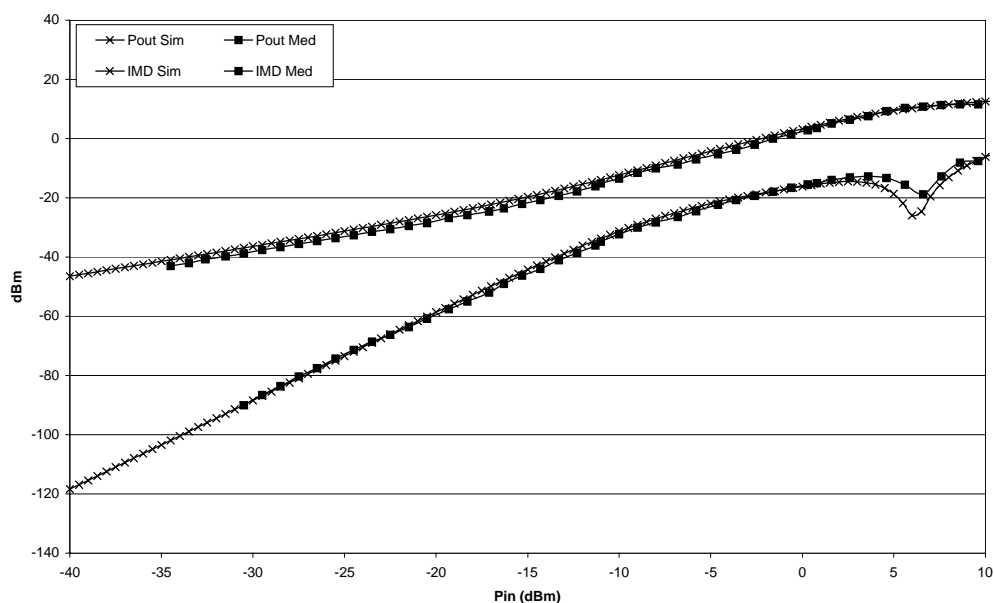


Fig. 9 – Curvas medidas e simuladas para o amplificador em classe B ($V_{gs} = -1.24V$) à fundamental e IMD.

Os valores medidos e simulados para a potência fundamental e a IMD, estão apresentados na Fig.9. A     o o aparecimento de um mínimo no comportamento da IMD para $P_{in}=7\text{dBm}$, cerca do ponto de 1dB de compressão. Como se pode observar, comparando esta figura com a anterior, apenas a variação do ponto de polarização, permitiu a melhoria da IMD em 20dB para a mesma potência de saída é fundamental. Mais uma vez os valores medidos e simulados estão bastante coincidentes.

A Fig.10, representa a relação entre a IMD e a potência de saída, IMR, em função da potência de saída, para o amplificador polarizado em classe AB e classe B. Este gráfico permite observar a utilidade do método teórico proposto, no projecto de amplificadores de RF e microondas, para uma determinada potência de saída.

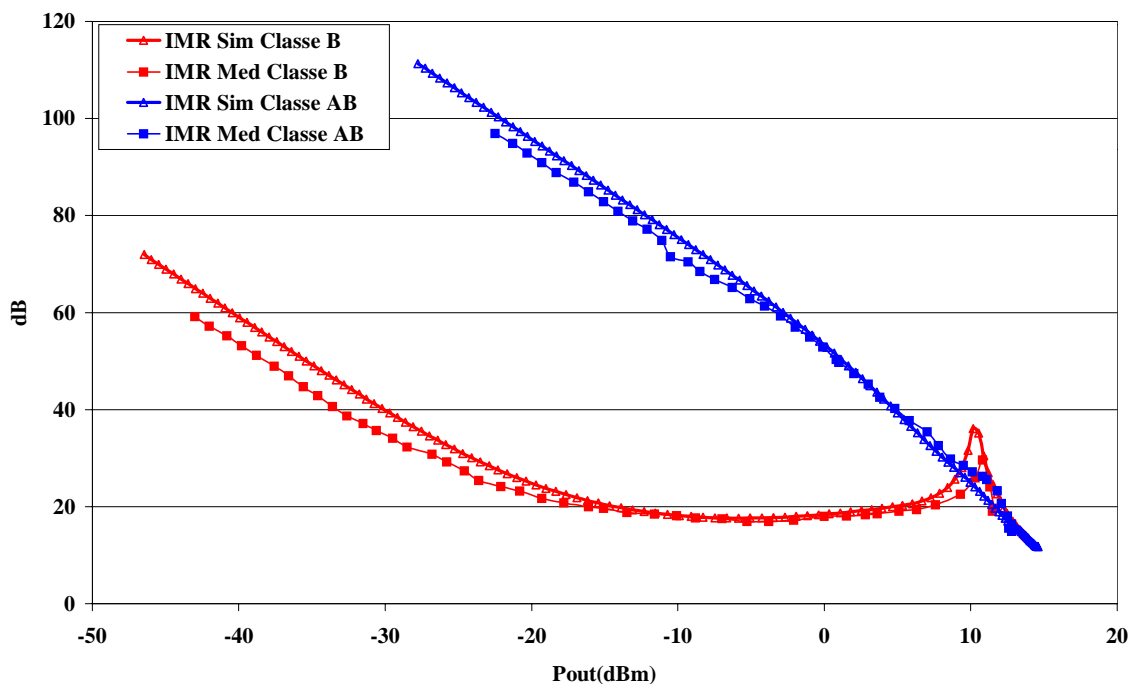


Fig. 10 - IMR para o amplificador polarizado em classe AB e B.

Da Fig.10, pode-se observar que para uma potência de saída de 10dBm, a IMR   melhor para o amplificador polarizado em classe B, do que em classe AB. Isto, apesar de que para sinal fraco a distorção IMR era bastante pior para o classe B. Esta melhoria acontece perto do ponto de 1 dB de compressão, ponto para o qual, os amplificadores apresentam usualmente melhores desempenhos.

Em resumo, da análise de dois tons, pode-se afirmar, que para uma especificação pré-definida de IMR, é possível utilizar um amplificador polarizado em classe B em detrimento de outro polarizado em classe AB. Obtendo-se assim todas as vantagens do amplificador em classe B, como sejam a eficiência da corrente de dreno, mesmo em casos em que um projecto típico aconselharia o uso de amplificadores polarizados em classe AB.

Constata-se ainda, que todos estes resultados experimentais poderiam ser obtidos de simulações, devido à notável aproximação existente entre os resultados experimentais e simulados.

E.2 Análise Multi-tom

Como já foi referido na introdução, os sistemas reais de telecomunicações servem para transmitir informação. Por isso, a melhor maneira de simular esses sistemas, é considerar que a sua excitação pode ser representada por ruído branco *Gaussiano* de banda estreita [1]. Sendo assim, a clássica caracterização de duplo tom, começa a ser substituída por técnicas de caracterização não linear mais avançadas [10-13], como sejam o caso de ACP (Adjacent Channel Power Ratio – Razão entre a Potência saída e a potência do Canal Adjacente) ou o NPR (Noise Power Ratio – Razão entre o Ruído gerado pela distorção não linear e a Potência de saída).

Quando um sistema não linear é excitado por um sinal de entrada de largo conteúdo espectral, por exemplo espectro contínuo, este gera componentes de mistura de intermodulação perto do espectro de saída linear, ao qual se chama regeneração de espectro (*Spectral Regrowth*), é a medida desta potência que permite calcular o ACP. Essa regeneração de espectro, pode ser de tal forma, que mascara possíveis sinais de informação que aparecem junto do sinal a analisar. Considere-se para melhor compreensão deste fenómeno, a distribuição de canais de RF num sistema de rádio móvel, Fig.11.

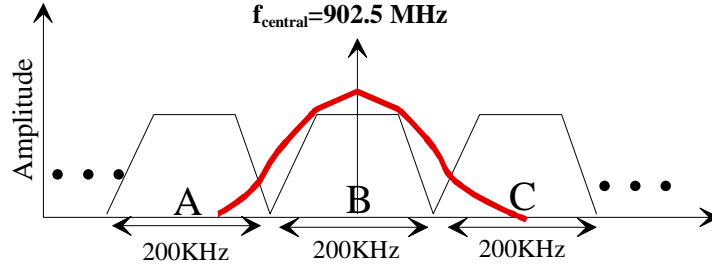


Fig. 11 - Sistema de comunicações de rádio móvel (GSM).

Se o sinal B for um sinal forte, a regeneração de espectro não linear interfere com o canal adjacente, A ou C, provocando interferências. Por este facto, este tipo de medida, ACP, é importante.

O ACP, é assim a razão entre a potência de distorção existente nos lobos superior e/ou inferior da regeneração de espectro e a potência de saída de sinal equivalente   saída do sistema linear.

Nesta tese e de igual modo   maioria da literatura actual [13], o ACP é definido por:

$$ACP = \frac{P_{\text{distorção}} (\text{Banda Superior})}{P_{\text{transmitida}}}; \quad (7)$$

Para melhor se compreender a expressão (7), na Fig.12, apresenta-se um destes casos:

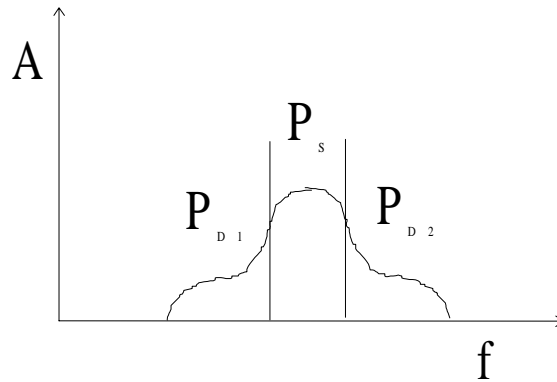


Fig. 12 - Medicação de ACP.

O valor de ACP é assim: $ACP = \frac{P_{D2}}{P_s}$. Fazendo uma analogia com um teste de dois tons:

$$ACP_{2\text{tons}} = \frac{P(2\omega_2 - \omega_1)}{P(\omega_1) + P(\omega_2)}.$$

Outro tipo de medida de distorção utilizada recentemente para caracterizar sistemas de sinais multi-ton, é o chamado NPR [12]. Com este tipo de medida, pretende-se medir a distorção que realmente existe no sinal a transmitir, ou seja não aquela que aparece adjacente ao sinal, como o ACP, mas a que aparece coincidente com o próprio sinal de saída. Fazendo uma analogia com a excitação de dois tons, corresponde a observar a distorção que aparece às frequências, $\omega_1 + \omega_1 - \omega_1$ ou $\omega_1 + \omega_2 - \omega_2$, que apesar de conter distorção, são coincidentes com o próprio sinal a transmitir. De modo a medir o NPR, utiliza-se como sinal de excitação um sinal de ruído branco de banda estreita, ao qual lhe é retirado uma “fatia” de espectro utilizando para o efeito um filtro rejeita banda, bastante selectivo, Fig.13.

$$\text{O valor de NPR é assim: } NPR = \frac{P_{\text{distorção}} (\text{na Banda Rejeitada})}{P_{\text{transmitida}}}, \quad (8)$$

A Fig.13 apresenta um gráfico exemplificativo deste tipo de caracterização.

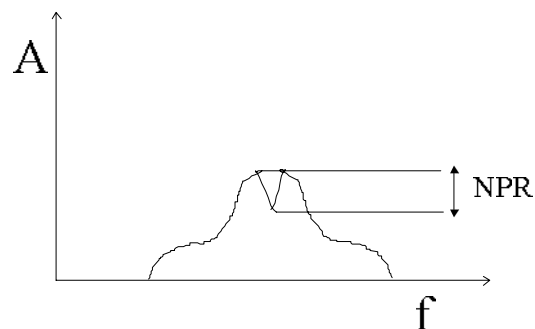


Fig. 13 - Medição de NPR.

As caracterizações actuais de ACP e NPR ainda são alvo de discussão pela comunidade científica [11-14], pelo que nesta tese sempre que forem utilizada sê-lo-ão como foram previamente definidas.

Este tipo de caracterização, é assim mais robusta do que a clássica a dois tons, mas impõe que o sinal de excitação seja um sinal equivalente ao sinal real de excitação. Isto exige que os instrumentos de medida estejam preparados para medir e gerar este tipo de excitação, e as técnicas de simulação sejam também mais complexas, como já foi referido e largamente estudado nos capítulos 2 e 3.

No caso da medida de ACP ou NPR é usual utilizar um gerador de ruído, ou sequências pseudo-aleatórias, e de seguida filtrar esse sinal utilizando, ou um passa-baixo para ACP ou um rejeita banda para NPR. Esse sinal filtrado é misturado com uma portadora de alta-frequência, de modo a colocar o sinal na frequência pretendida. O diagrama de blocos deste tipo de sistema pode ser observado na Fig.14 e a montagem real na Fig. 15.

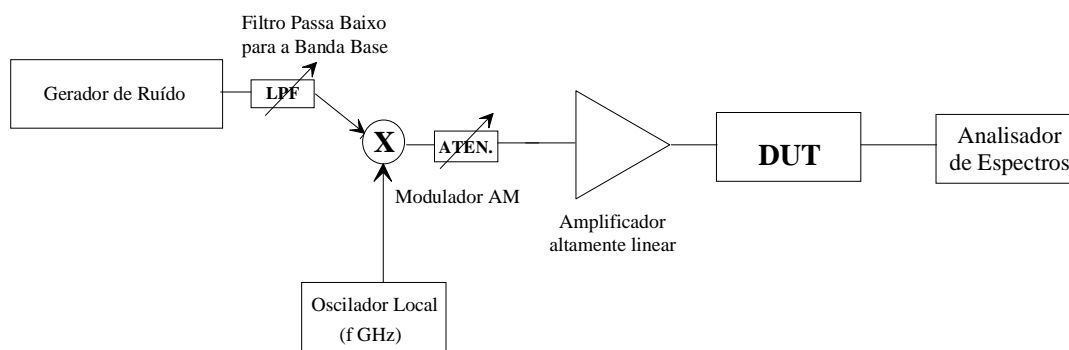


Fig. 14 - Diagrama de blocos de um sistema de medida multi-tom.

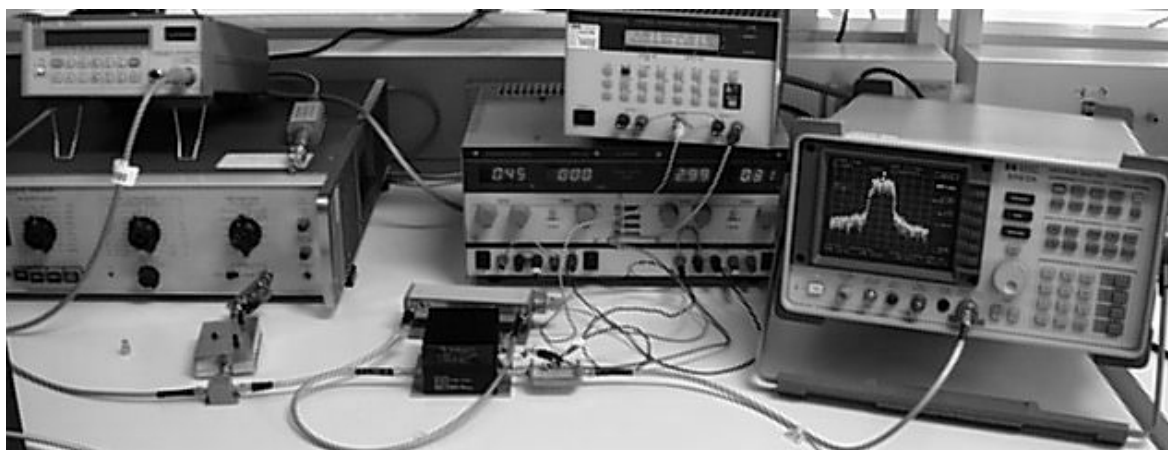


Fig. 15 - Bancada de medida real.

No analisador de espectros [13], é assim medida a informação que se pretende, ACP ou NPR.

Para o efeito o analisador de espectros deverá conter um bloco que lhe permita medir potência numa determinada banda. Realizando assim medidas de potência em bandas limitadas, permite calcular a potência de distorção ou transmitida, correspondente à Fig.12-13.

No caso de se pretender simular este tipo de circuitos, submetidos a esta excitação multi-tom, o sinal de excitação deverá ser discretizado de alguma maneira, como já foi referido no capítulo 3.

Se o sinal for pseudo-aleatório, então o seu espectro já está discretizado e portanto desde que se conheça a amplitude e fase de cada risca espectral, é bastante simples de simular. No entanto, no caso de espectro de ruído branco *Gaussiano* de banda estreita, o sinal deverá ser discretizado de modo a otimizar ao máximo a simulação.

Considerando o capítulo 3, é obvio que a discretização deverá ser uniforme, para daí retirar todas as suas vantagens na simulação, no entanto, o problema reside no número de riscas espectrais a considerar, ou seja o número de amostras espectrais necessárias. Em [14-15] demonstra-se que se o espectro for rectangular, um número de riscas igual a 10 é suficiente para uma boa discretização desse tipo de espectro.

Apesar de já estar definido o número de riscas a considerar, resta por definir qual a potência e fase de cada uma dessas riscas. Visto se estar a considerar ruído, a potência a considerar será dada por [15]:

$$P_{por\ risca} = \frac{N_0 B_w}{N_{riscas}} \quad (9)$$

sendo N_0 a densidade espectral de ruído e B_w , a largura de banda do ruído branco *Gaussiano*.

Quanto à fase de cada risca, esta é calculada aleatoriamente e para cada arranjo de fases é feita uma simulação. Ao fim de M simulações, cada uma com um arranjo de fases aleatório, é realizada uma média do sinal de saída de todos esses arranjos de fase, obtendo-se então o sinal de saída correspondente à excitação de entrada.

No caso presente, para simular ruído branco de banda estreita, gerou-se um espectro com uma discretização uniforme de 11 riscas espectrais. Nas duas sub-seções seguintes, apresentam-se medidas e simulações de ACP, para uma sequência pseudo-aleatória e para ruído branco *Gaussiano* de banda estreita.

E.3 Resposta   Excitação Pseudo-Aleatória

O circuito da Fig.5-6, foi excitado com uma seq ncia pseudo aleatória, semelhante   utilizada no capítulo 3, o espectro dessa seq ncia pode ser observado na Fig.16.

A fase de cada risca foi medida utilizando a mesma técnica da sec  o D.3.1 do capítulo 3.

O amplificador da Fig.5-6 foi polarizado nos mesmos pontos de polarização utilizados para dois tons e variou-se a potência do sinal de entrada, desde -25 até 7 dBm.

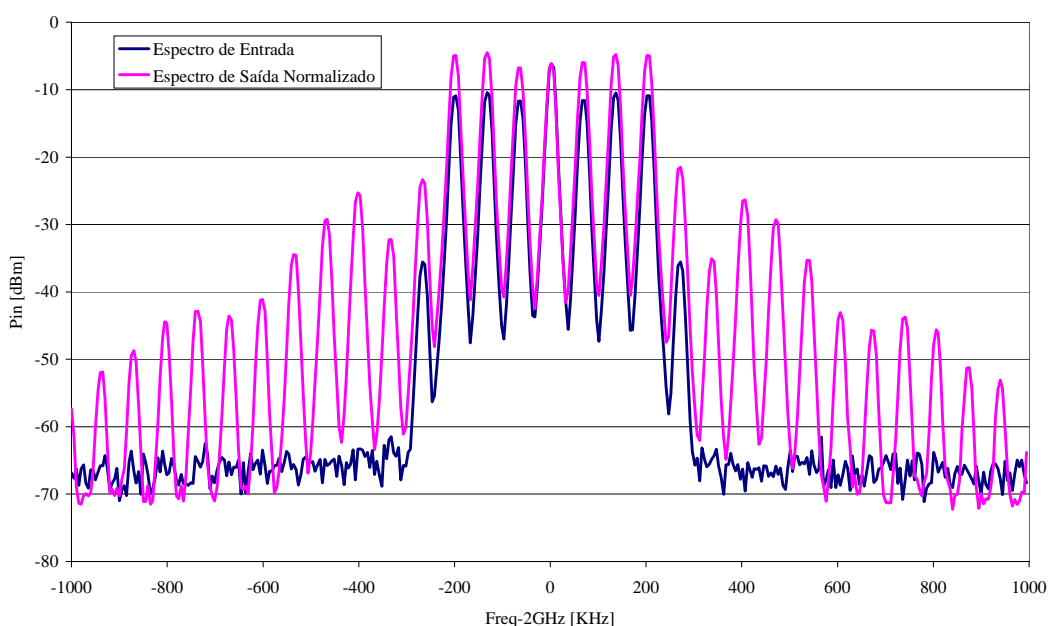


Fig. 16 - Espectro de excitação derivado de uma seq ncia pseudo-aleatória filtrada.

Os resultados medidos e simulados para cada um dos pontos de polarização, podem ser observados na Fig.17.

Como se pode constatar, os mesmos comportamentos previstos teoricamente para um e dois tons, são obtidos para este sinal multi-ton. Ou seja, o amplificador em classe AB não apresenta mínimos de ACP, enquanto que o amplificador polarizado em classe B apresenta um mínimo para $P_{in}=0$ dBm, como seria de esperar pelo modelo de comportamento apresentado na secção B.

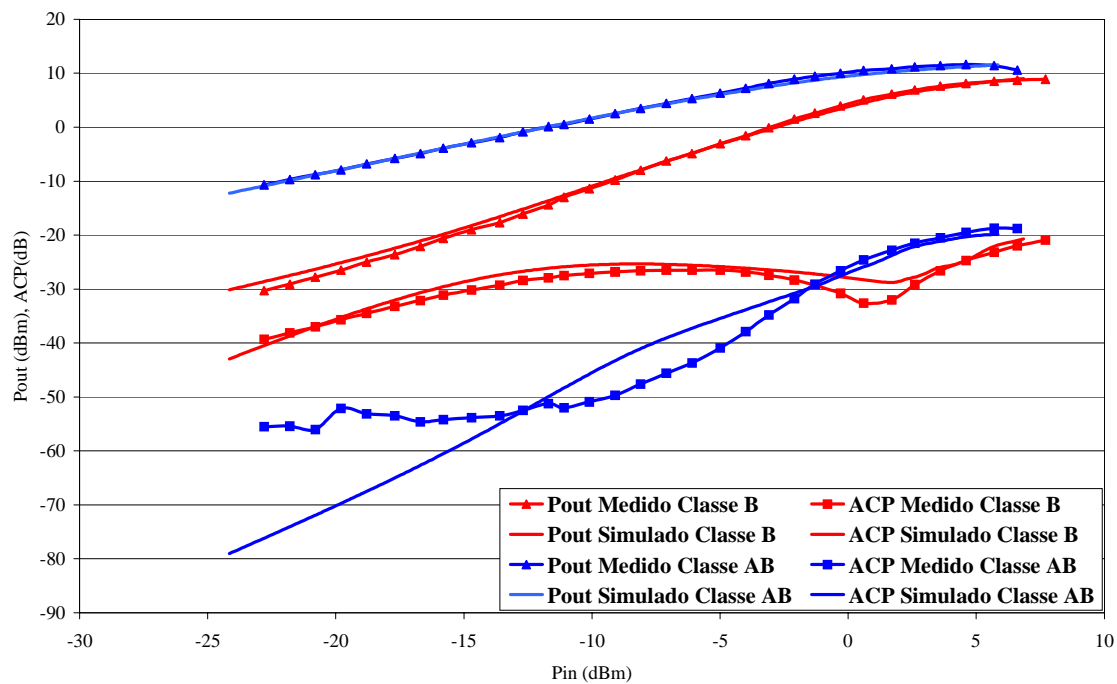


Fig. 17 - Valores medidos e simulados para o amplificador em classe AB e B quando excitado por uma sequência pseudo-aleatória.

Quanto à validação da teoria utilizando as simulações, pode-se observar uma aproximação muito boa do valor da potência transmitida. Quanto aos valores de ACP, se a concordância é boa para o classe B, já no caso de classe AB, a simulação do comportamento de sinal fraco é bastante díspar do medido, este facto é devido ao patamar de ruído imposto pelo analisador de espectros não permitir medir ACP inferior a 53dBc. A diferença obtida na transição de sinal fraco para forte pode-se justificar por uma má modelação da 5ª ordem, fornecida pelo modelo utilizado para $I_{ds}(V_{gs}, V_{ds})$, uma vez que este modelo está optimizado para garantir uma boa modelação até à 3ª ordem [4,9].

No entanto e como conclusão, pode-se referir que o facto de se alterar o ponto de polarização, provoca uma melhoria no ACP de até 10dB, para sensivelmente a mesma potência transmitida de 9dBm no ponto de 1dB de compressão.

E.4 Resposta   Excitação com Ruído Branco Gaussiano de Banda Estreita

De modo a tornar os testes realizados mais próximos dos sistemas reais, utilizou-se um sinal de excitação baseado em ruído branco *Gaussiano* de banda-estreita, Fig.18. Como já foi referido na secção E.2, este sinal de excitação foi construído, utilizando para o efeito um gerador de ruído branco *Gaussiano*, filtrado de modo a torná-lo de banda estreita. Este sinal foi então modelado por uma portadora de alta frequência a 2GHz e aplicado à entrada do amplificador a estudar. A potência do sinal de saída e o ACP, foram medidos e simulados para uma variação da potência do sinal de entrada, Fig.19. Polarizou-se de novo o amplificador, nas duas classes de operação anteriormente consideradas.

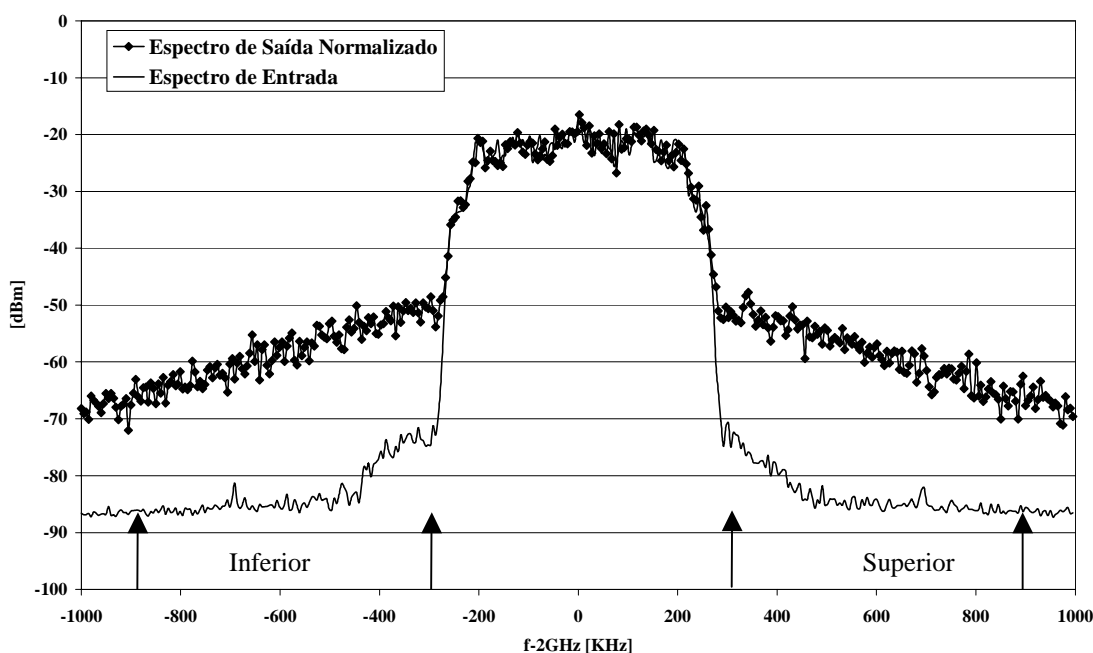


Fig. 18 – Espectro do ruído branco *Gaussiano* de banda estreita e sinal de saída distorcido.

A largura de banda do sinal e a separação de canais é de 600KHz de modo a medir ACP, como se pode observar pelas setas verticais, na Fig. 18. O ACP foi medido como explicado na secção E.2.

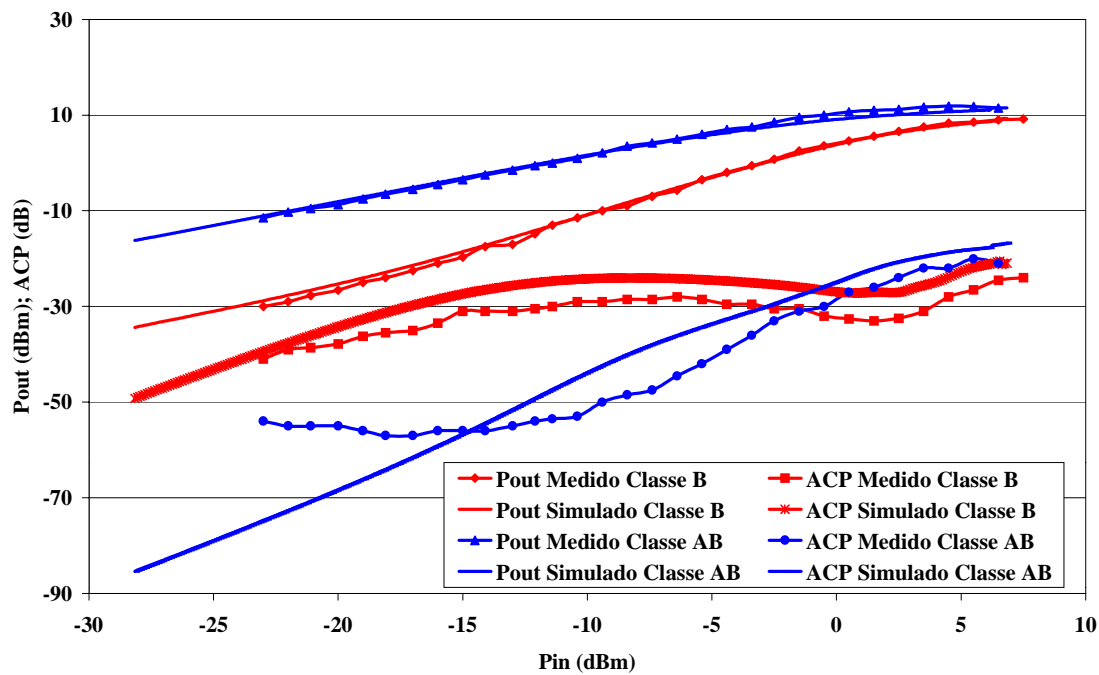


Fig. 19 – Potência de saída e ACP medidos e simulados para uma excitação real, de ruído branco *Gaussiano* de banda estreita.

Observando os valores experimentais anteriores, pode-se concluir, como já havia sido notado no caso da excitação pseudo-aleatória, que existe uma correlação bastante forte entre a resposta a dois tons e a resposta a sinais multi-tom. Constatando assim, que as afirmações teóricas acima referidas para o comportamento da IMD de dois tons, são igualmente válidas para os sinais multi-tom, apesar da complexidade acrescida deste tipo de excitação. Como se pode observar de novo, e neste caso de ruído, uma melhoria no ACP de até 10dB pode ser conseguida perto de 1dB de compressão, para sensivelmente a mesma potência transmitida.

Comparando agora os valores experimentais e simulados, o valor da potência transmitida à fundamental está bastante bem aproximada.

No caso de ACP, os resultados não são tão bons como nas sub-seções anteriores. As razões disto, prendem-se com a dificuldade em medir a potência de um sinal ruidoso, ou seja um sinal estatístico. Verificou-se que quaisquer duas medidas sucessivas de ACP podiam ter uma variação de até $\pm 2\text{dB}$, o que está dentro da gama dos valores simulados para cada arranjo de fases. De novo e como já havia sido referido, no caso do amplificador

polarizado em classe AB, e para sinal fraco, o analisador de espectros impõe um patamar de ruído de 53dBc, o que provoca a grande disparidade de valores medidos e simulados observados para $P_{in} < -10\text{dBm}$.

As outras diferenças observadas na transição entre o sinal fraco para forte, são devidas a imprecisões no modelo utilizado para a não linearidade de $I_{ds}(V_{gs}, V_{ds})$. Igualmente ao caso anterior, este modelo foi otimizado para apresentar uma boa aproximação à 3ª ordem, mas na 5ª ordem começa a apresentar algumas imperfeições [4,9]. Referindo de novo a secção C, a 5ª ordem em alguns casos desempenha um papel fundamental no comportamento da IMD, principalmente na transição de sinal fraco para sinal forte, como se observa pela Fig.3B. Finalmente, e devido a se estar a lidar com espectro contínuo, é ténue a fronteira entre o sinal transmitido e o sinal de distorção aquando das medidas, por esse facto pode-se obter erros de até $\pm 3\text{dB}$.

Apesar disto, o comportamento qualitativo da simulação é bastante aceitável, pois os mínimos e o comportamento geral de ACP podem ser bastante bem aproximados pelas simulações realizadas. Este facto permite, na prática, que as aproximações teóricas sejam utilizadas para um primeiro projecto do amplificador.

F. Conclusões

Neste capítulo, foi apresentada a extensão da teoria desenvolvida no capítulo anterior, para o caso de dois e mais tons, verificando-se ainda que as malhas de adaptação existentes nos amplificadores de potência podem alterar o comportamento do circuito em termos de distorção.

Foi ainda validada toda a teoria apresentada, utilizando para o efeito um amplificador de potência real otimizado de acordo com os pressupostos teóricos. Foram ainda comparadas as medidas e simulações desse amplificador, quando submetido a sinais de dois tons, pseudo aleatórios e de ruído branco *Gaussiano* de banda estreita. Estas comparações permitiram validar as aproximações teóricas e verificar a sua utilidade em amplificadores

reais. Como se observou pelas medidas e simulações, consegue-se obter uma melhoria de pelo menos 10dB em IMD/ACP para a mesma potência transmitida, perto de 1dB de compressão.

Neste capítulo provou-se ainda a utilidade da ferramenta de simulação multi-tom, apresentada no capítulo 3, uma vez que sem essa ferramenta, não seria possível simular os circuitos sujeitos a tais excitações.

G. Referências.

- [1] Q. Wu, H. Xiao e F. Li, “Linear RF Power Amplifier Design for CDMA Signals: A Spectrum Analysis Approach”, *Microwave Journal*, pp.22-40, vol. 41, Dezembro, 1998.
- [2] S. A. Maas, *Nonlinear Microwave Circuits*, Artech House, 1988.
- [3] M. Schetzen, *The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems*, John Wiley & Sons, New York, 1980.
- [4] José Carlos Pedro, “Técnicas de Linearização de Amplificadores de Potência em Microondas“, Tese de doutoramento, Universidade de Aveiro, Agosto, 1993.
- [5] E. Ballesteros, F. Pérez e J. Pérez, “Analysis and Design of Microwave Linearized Amplifiers Using Active Feedback”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, pp. 499-504, vol. MTT-36, nº3, Março, 1988.
- [6] J. C. Pedro, “Evaluation of MESFET Nonlinear Intermodulation Distortion Reduction By Channel Doping Control”, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, pp.1989-1997, vol. MTT-45, nº 11, Novembro, 1997.
- [7] J. C. Pedro e J. Perez, “Accurate Simulation of GaAs MESFET's Intermodulation Distortion Using a New Drain-Source Current Model”, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, pp.25-33, vol. 42, nº 1, Janeiro, 1994.
- [8] S. C. Cripps, “A Theory for the Prediction of GaAs FET Load-Pull Power Contours”, *IEEE MTT-S*, pp. 221-223, 1983.
- [9] José Carlos Pedro e Jorge Perez, “A Novel Nonlinear GaAs FET Model for Intermodulation Analysis in General Purpose Harmonic Balance Simulators”, *23rd European Microwave Conference*, pp. 714-716, Madrid, Setembro, 1993.

- [10]J. Staudinger, “Specifying Power Amplifier Linearity via Intermodulation Distortion and Channel Spectral Regrowth”, Applied Microwave & Wireless, pp.62-70, vol. 9, nº 4, Julho/Agosto, 1997.
- [11]W. Xinwei, H. Nakamura e R. Singh, “ACPR, IM3 and Their Correlation for PCS CDMA Power Amplifier”, 50th ARFTG DIGEST, pages91-96, Portland, Oregon, Dezembro, 1997.
- [12]HP Product Note,”Noise Power Ratio (NPR) Measurements Using the HP E2507B/E2508A Multi-format Communications Signal Simulator”, Hewlett Packard, HP E2508-1, 1997
- [13]HP 8593E, Spectrum Analyser Manual, HP, 1992.
- [14]M. Leffel, “Intermodulation Distortion in a Multi-Signal Environment”, RF Design, pp.78-84, Junho, 1985.
- [15]R. Hajji, F. Beaugard e F. Gannouchi, “Multitone Power and Intermodulation Load-Pull Characterisation of Microwave Transistors Suitable for Linear SSPA’s Design”, IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech, pp.1093-1099, vol. MTT-45, Julho, 1997.

Página em Branco

6

Conclusões

A. Discussão

Na génese deste trabalho foram definidos dois objectivos principais, já referidos anteriormente, e que se transcrevem de novo para melhor enquadramento dos parágrafos seguintes:

- ➔ Desenvolvimento de um simulador para análise de circuitos não lineares sujeitos a sinais de excitação multi-ton.
- ➔ Optimização da distorção não linear em amplificadores de RF e microondas para sinal fraco e forte.

Por forma a cumprir o primeiro objectivo proposto, este foi dividido em sub-objectivos. O primeiro sub-objectivo foi escolher uma técnica de simulação que permitisse o estudo de

circuitos não lineares quando excitados por sinais multi-ton. Para esse efeito, realizou-se, no capítulo 2, um estudo das diversas técnicas de simulação disponíveis, permitindo, assim, a integração e solidificação de conhecimentos. Este estudo conduziu à escolha da técnica de Balanço Espectral [1] como aquela que melhor se adapta ao problema.

Após um estudo profundo dos algoritmos conhecidos de Balanço Espectral, identificaram-se os seus inconvenientes quando aplicados a sinais multi-ton (>2 tons). Esses inconvenientes são, basicamente: uma ineficaz construção do vector índice de frequências, uma difícil e complexa técnica de geração da matriz de transformação espectral e uma inadequada aproximação polinomial, ou racional, utilizada para aproximar os modelos dos dispositivos. A resolução destes inconvenientes é o segundo sub-objectivo proposto.

No capítulo 3, este sub-objectivo foi abordado, visando a solução do objectivo principal que era o de desenvolver um simulador de circuitos não lineares para sinais de excitação multi-ton.

O desenvolvimento de uma técnica de indexação na frequência mais eficiente do que a anteriormente utilizada [1], permitiu diminuir o tempo de inicialização dos vectores de incógnitas que se pretendem resolver no decurso da simulação. Permitiu, ainda, reduzir o tamanho do vector índice de frequências, diminuindo o número de incógnitas a resolver e, por sua vez, encurtar o tempo total de simulação e a memória utilizada pelo simulador.

Esta técnica de indexação foi concebida para espectros de excitação regulares, significando isso que as amostras espectrais têm de ser igualmente espaçadas na frequência. Este facto não inviabiliza, por parte do simulador, o uso de outro tipo de excitações, desde que se altere o vector de índice de frequências por outro gerado de acordo com as técnicas previamente utilizadas [1]. Perdem-se, no entanto, as vantagens associadas ao espectro regular.

Note-se que o uso de espectros discretos, igualmente espaçados no domínio espectral, não constitui grande restrição. Se o sinal for discreto, como, por exemplo, uma sequência pseudo-aleatória, o seu espectro já é discreto e apresenta igual espaçamento entre riscas espectrais. Se o sinal contiver um espectro contínuo, caso de sinais reais de

telecomunicações [2], então a viabilidade da sua simulação numa máquina de estados finitos determina a sua discretização [3]. O tipo de amostragem adoptado tem fundamentalmente a ver com as variações mais ou menos rápidas do espectro em estudo. Mas entre uma discretização uniforme ou não uniforme a primeira é, claramente, a mais adequada, devido, não só à facilidade de emprego, como à possibilidade de utilizar a técnica de indexação aqui apresentada.

Relativamente à nova técnica de transformação espectral utilizada nesta tese, e contrariamente às técnicas utilizadas anteriormente [1], a matriz de transformação é construída apenas por deslocação sucessiva do vector a operar. Constrói-se assim um algoritmo bastante eficiente e simples de transformação. Esta técnica de transformação espectral pode-se aplicar a qualquer tipo de vector índice de frequência, desde que, *a priori*, se conheçam todos os produtos de mistura que se irão obter no espectro de saída. Deste modo problemas de *aliasing* devidos a ordens superiores de distorção são evitados.

Tendo sido superados os maiores problemas inerentes à técnica de simulação utilizada, restava um problema por resolver: a aproximação, polinomial ou racional, necessária à aplicação do simulador de Balanço Espectral a circuitos não lineares descritos por modelos não lineares complexos no domínio temporal. Sendo assim, é proposta uma nova técnica de aproximação racional, baseada no Racional de *Hermite*. Devido à sua forma racional é bastante robusta na aproximação de não linearidades fortes. Pelo facto de ser de *Hermite*, aproxima não só a função como também as suas l primeiras derivadas, facto este nunca antes conseguido com outros polinómios ou racionais, utilizados para não linearidades fortes [1,4].

Esta capacidade do racional de *Hermite* permitiu que fossem realizadas, simultaneamente, simulações em sinal fraco, bastante dependentes das derivadas do modelo [5], bem como em sinal forte, agora condicionadas pelo tipo de modelação da função em todo o seu domínio de validade. No entanto, e como todas as aproximações, também esta têm o seu domínio de convergência, que pode ser alargado ou diminuído de acordo com o objectivo de aproximação: ou as derivadas num determinado ponto, ou o comportamento geral da função. Além disso, e devido ao carácter racional da aproximação, podem aparecer

problemas de “pólos”ⁱ. Foi necessário, portanto, ter uma grande precisão e atitude crítica na hora de calcular os distintos coeficientes deste tipo de racional.

Estando estes problemas resolvidos, foi possível construir um simulador de circuitos não lineares para excitações de espectro multi-ton, tanto para sinal de entrada fraco ou forte, permitindo, assim, pela primeira vez, a comparação entre valores experimentais e simulados de um circuito de RF e microondas, quando sujeito a sinais fortes multi-ton [16].

O segundo objectivo era a optimização da distorção não linear em amplificadores de RF e microondas para sinal fraco e forte. Também neste caso se dividiu o trabalho em dois sub-objectivos. O primeiro foi o estudo do regime de sinal fraco, e o outro o estudo do regime de sinal forte. O estudo de sinal fraco foi realizado utilizando as séries de *Volterra*, enquanto o estudo de sinal forte utilizou a teoria da Função Descritiva.

Esta separação permitiu a compreensão dos mecanismos de distorção existentes, de modo a construir um modelo comportamental, que descreva a distorção não linear existente em amplificadores de RF e microondas. Uma vez construído esse modelo, foi possível explicar, e prever, o aparecimento de mínimos de terceira harmónica, no caso de excitação sinusoidal, ou mínimos de IMD/ACP, no caso de excitação de 2 tons/multi-ton. Colocou-se, assim, uma hipótese que se baseia no seguinte:

Se o dispositivo não linear for excitado em sinal fraco, com polarização numa zona em que o 3^a operador não linear de Volterra apresenta uma fase, comparativamente à fundamental, de 0°, e sabendo que a fase da distorção em sinal forte tende para 180°, então na transição de sinal fraco-forte irá ocorrer um mínimo de distorção.

De modo a validar esta hipótese estudou-se, no 4º capítulo, um caso real de um dispositivo activo não linear, o MESFET. Este estudo permitiu observar as origens de distorção nestes dispositivos e optimizá-las. Sendo assim, conseguiu-se melhorar, em simulação, a

ⁱ Zeros no denominador que provocam variações rápidas das curvas a aproximar nesse ponto.

distorção de 3ª harmónica de até 20dB para a mesma potência transmitida perto do ponto de 1dB de compressão.

As constatações teóricas do capítulo 4 foram estendidas, no capítulo 5, para sinais multi-ton e aí validadas experimentalmente. Observou-se, também, que a distorção não só é dependente da tensão de polarização, mas também das malhas de adaptação do porto de saída. No capítulo 5 provou-se que as malhas de adaptação devem apresentar um curto-circuito à banda base e à segunda harmónica para a geração de mínimos de distorção. Foram apenas testadas e estudadas malhas não dissipativas. No entanto, por observação das expressões 3-6, capítulo 5, pode-se concluir que com malhas dissipativas é possível anular a distorção não linear mesmo em sinal fraco.

Uma vez compreendido todo o mecanismo de distorção, foi construído um amplificador de potência para a banda-C, em que a malha de entrada foi otimizada para máximo ganho, e a malha de saída para máxima potência e mínima distorção. Para se observar a diferença de distorção existente, com a variação de polarização, este amplificador foi polarizado em dois pontos distintos. No primeiro caso, em classe AB, o amplificador apresenta a típica curva de distorção quando excitado com dois ou mais tons: um andamento a 3dB por cada dB de incremento da potência de entrada, seguido de um salto perto do 1dB de compressão. No segundo caso, em classe B, o amplificador apresenta um mínimo perto do 1dB de compressão, o que permite uma melhoria da distorção de até 20dB para 2 tons, e 10dB em multi-ton, para sensivelmente a mesma potência total transmitida.

Este circuito foi simulado e medido experimentalmente, de modo a validar a teoria anteriormente apresentada. Para simular as excitações multi-ton (pseudo aleatórias ou ruído), utilizou-se o simulador desenvolvido no capítulo 3, provando assim a sua eficácia e utilidade num caso prático.

Constata-se também que se é verdade que se conseguiu perto de 10dB de melhoria de distorção para a mesma potência transmitida, esse lucro foi à custa de uma redução de ganho. Isto porque para se obter mínimos de distorção tão pronunciados, o amplificador foi polarizado em classe B ou C, fazendo com que o ganho de transdução diminua e, conseqüentemente, caso de classe C, o rendimento de potência adicionada. No caso de

amplificadores em classe AB, e, portanto, com melhor rendimento [6], nunca será possível um mínimo de distorção, com o mesmo tipo de dispositivo activo, pelas razões já apresentadas.

Apesar destes inconvenientes, se o objectivo é emitir potência com um mínimo de distorção, o amplificador em classe B, apresentado nesta tese, é melhor do que as típicas configurações em classe A-AB, perto de 1dB de compressão. O classe A-AB, pelo contrário, apresenta em sinal fraco um valor de distorção bastante mais reduzido.

Estes resultados que permitiram, pela primeira vez, explicar e demonstrar o aparecimento de mínimos de distorção, fornecem ainda regras de projecto de amplificadores para cumprir uma pré determinada curva de distorção.

Como conclusão final pode afirmar-se que esta tese gerou trabalho original em áreas de conhecimento distintas, CAD e projecto de circuitos de RF de elevada linearidade, facto que permitiu a publicação de diversos artigos, nas conferências e revistas mais consagradas a nível nacional e internacional na área [7-17].

B. Propostas de Trabalho Futuro

Ao longo da resolução dos problemas associados aos objectivos em estudo novos problemas foram aparecendo e novas ideias florescendo. De tal modo, que se reserva esta secção final à apresentação de uma quantidade de ideias e novos problemas que continuam a carecer de solução.

O simulador desenvolvido para resolver o problema de simulação, proposto no início desta tese, poderá ser melhorado em termos computacionais quando se pretende simular um grande número de tons (>20). Desse modo, uma área de trabalho futuro será a optimização dos algoritmos utilizados para realizar as transformações espectrais, que, pelo facto de serem matrizes, implicam uma grande utilização de memória e um grande tempo de CPU. *Rizzoli* [18] propõe inclusive a aplicação do método de *Newton* inexacto à técnica de Balanço Harmónico, permitindo aliviar os problemas de memória, sem no entanto resolver

o problema de tempo de CPU. O uso de técnicas de mapeamento na frequência [19], propostas recentemente, poderão ajudar a resolver estes problemas, justificando-se um estudo mais aprofundado.

Devido a que todas as funções aproximadoras têm um domínio limitado de convergência, existe ainda a limitação associada à necessidade da aproximação polinomial ou racional do modelo não linear, existindo, por isso, uma perda de generalidade do simulador. Também aqui poderia ser realizado trabalho útil.

Outra área de trabalho tem a ver com a construção do vector índice de frequências para espectros de excitação não uniformes, ou espectros de excitação existentes em misturadores. Estes implicam um espectro de RF uniforme, ou não, que irá modular uma sinusóide bastante afastada na frequência. O estudo de novos algoritmos de geração do vector índice, seria do máximo interesse para o futuro das simulações multi-ton.

Apesar de não ter sido abordado nesta tese, o problema de não linearidades com memória intrínsecaⁱⁱ, inviabiliza muitas das técnicas de simulação existentes, tipo HB. Justifica-se, por isso, um estudo aprofundado deste tipo de problema, e a sua consequente explicação e resolução.

A simulação de ruído, como se observou, ainda é realizada de uma maneira empírica. Ou seja, simulam-se vários espectros com fases aleatórias, e no fim, realiza-se uma média. Para resolver este problema, *Rizzoli* [20] aumenta excessivamente o número de tons de entrada, (>100), conseguindo trocar a quantidade de arranjos de fases por número de tons. Seria interessante estudar, do ponto de vista estatístico, os efeitos da não linearidade quando excitada pelo ruído, arranjando uma forma mais credível e eficiente de realizar esse estudo.

Além dos problemas existentes em termos de técnicas de simulação, existem ainda problemas e novas ideias associadas à distorção não linear em dispositivos de RF e microondas. Por exemplo, seria interessante estudar a distorção não linear em

amplificadores baseados em LDMOS (*Lateral Diffused MOSFets*), tecnologia recente e com forte aplicação em estações base para sistemas de rádio móvel.

Actualmente, têm sido apresentados amplificadores em que o aparecimento de mínimos de distorção semelhantes àqueles observados para MESFET's são bastante visíveis [21]. Além dos LDMOS, seria útil o estudo da distorção em amplificadores baseados em HBT's (*Heterojunction Bipolar Transistors*), que é uma tecnologia em crescimento e onde se nota já grande esforço investido [22].

Outro tipo de circuitos poderia também ser analisado do ponto de vista de distorção, como sejam, por exemplo, os misturadores, área na qual recentemente se tem desenvolvido alguma investigação [23].

Do ponto de vista matemático, o estudo de novas técnicas analíticas de resolução de equações não lineares, teria também um grande interesse devido a permitir que o modelo comportamental fosse descrito por uma única equação, evitando assim a separação entre sinal fraco e forte ...

C. Referências.

- [1] Chao-Reng-Chang, “Computer-Aided Design of Nonlinear Microwave Analog Circuits Using Frequency-Domain Spectral Balance“, Doctor Thesis, Center for communications and Signal processing Department Electrical and Computer Engineering, North Carolina State University, TR 90/12, Outubro, 1990.
- [2] Q. Wu, H. Xiao e F. Li, “Linear RF Power Amplifier Design for CDMA Signals: A Spectrum Analysis Approach”, Microwave Journal, vol. 41, pp.22-40, Dezembro, 1998.
- [3] S. A. Maas, “Volterra Analysis of Spectral Regrowth”, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, pp. 192-193, Vol. 7, Julho, 1997

ⁱⁱ Entende-se por memória intrínseca, aquela que é impossível de decompor numa parte com memória linear e uma sem memória, por exemplo, o caso de simulações físicas.

- [4] Tapani Närhi, "Frequency-Domain Analysis of Strongly Nonlinear Circuits Using a Consistent Large-Signal Model", IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.182-192, Vol.44, Fevereiro, 1996.
- [5] Stephen A. Maas, "How to Model Intermodulation Distortion", IEEE Microwave Theory and Techniques Symposium Digest, pp. 149-151, Boston, USA, Junho, 1991.
- [6] José Carlos Pedro, Luís Ramos Gomes e Nuno Borges de Carvalho, "Design Techniques for Highly Efficient Class-F Amplifiers Driven by Low Voltage Supplies", Proceedings of ICECS, 5th International Conference on Electronics, Circuits and Systems, pp.201-204, Lisboa, Portugal, Setembro, 1998.
- [7] Nuno Borges de Carvalho, José Carlos Pedro, "Simulação de Circuitos Não-Lineares para Aplicação em Comunicações Móveis", I Conferência Nacional de Telecomunicações, Centro de Cultura e Congressos de Aveiro, pp.123-126, 10-11 Abril de 1997.
- [8] Nuno Borges de Carvalho, José Carlos Pedro, "Gain Compression or Expansion, Distortion and Other Large Signal Power Amplifier Related Phenomena", II Conferência de Telecomunicações, Sesimbra, pp.515-518, 15-16 Abril de 1999.
- [9] Nuno Borges de Carvalho, José Carlos Pedro, "A New Active Device Model Approximation Suitable for a Nonlinear Frequency Domain Simulator", II Conferência de Telecomunicações, Sesimbra, pp.187-190, 15-16 Abril de 1999.
- [10] Nuno Borges de Carvalho, José Carlos Pedro, "Simulating Strong Nonlinear Microwave Circuits Driven By a Large Number of Input Tones", 27th European Microwave Conference Proceedings, pp.820-825, Jerusalem, Israel, 1997.
- [11] Nuno Borges de Carvalho e José Carlos Pedro, "A Fast Spectral Balance Method for Non-linear Circuit Simulation in the Frequency Domain", URSI 97 Proceedings, pp.I-587-I-590, Bilbao, Espanha, 1997.
- [12] Nuno Borges de Carvalho e José Carlos Pedro, "Simulation of Multi-tone IMD Distortion and Spectral Regrowth Using Spectral Balance", Proceedings of MTT-S, pp.729-732, Baltimore, USA, Junho, 1998.
- [13] Nuno Borges de Carvalho e José Carlos Pedro, "Non-linear Circuit Simulation of Complex Spectra in the Frequency Domain", Proceedings of ICECS, pp.129-132, 5th International Conference on Electronics, Circuits and Systems, Lisboa, Portugal, Setembro, 1998.
- [14] Nuno Borges de Carvalho, José Carlos Pedro, "Large Signal IMD Sweet Spots in Microwave Power Amplifiers", Proceedings of MTT-S, pp.517-520, Anaheim, California, USA, Junho, 1999.

- [15] Nuno Borges de Carvalho, José Carlos Pedro, “Alternativa ao Spice para Simulação do Estado Estacionário de Circuitos Não Lineares”, Revista do Departamento de Electrónica e Telecomunicações da Universidade de Aveiro, pp. 635-644, Vol.1, N°7, Janeiro, 1997.
- [16] Nuno Borges de Carvalho e José Carlos Pedro, “Multi-tone Frequency Domain Simulation of Nonlinear Circuits in Large and Small Signal Regimes”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.2016-2024, vol.46, n° 12, Dezembro, 1998.
- [17] N. Carvalho, J. C. Pedro, ”Large and Small Signal IMD Behavior of Microwave Power Amplifiers”, Aceite para publicação na edição de Dezembro de 1999 nas IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques.
- [18] V. Rizzoli et al., “Nonlinear Processing of Digitally Modulated Carriers by the Inexact-Newton Harmonic-Balance Technique”, Electronics Letters, pp.1760-1761, vol. 33, Outubro, 1997.
- [19] José Carlos Pedro, Nuno Borges de Carvalho, “Efficient Harmonic Balance Computation of Microwave Circuits’ Response to Multi-tone Spectra”, 29th European Microwave Conference Proceedings, Munich, Alemanha, 1999.
- [20] Vittorio Rizzoli, Caludio Cecchetti e Franco Mastri, ”A Rigorous Frequency-Domain Approach to Large-Signal Noise in nonlinear Microwave Circuits”, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, pp. 220-222, Vol.8, N°6, Junho, 1998.
- [21] Scott R. Novis e Leonard Pelletier; “IMD Parameters Describe LDMOS Device Performance”, Microwaves & RF, pp. 69-74, N° 7, Vol. 37, Julho, 1998.
- [22] Stephen A. Maas, “Intermodulation in Heterojunction Bipolar Transistors”, Proceedings of MTT-S, Boston, pp. 91-93, USA, Junho, 1991.
- [23] J. Angel García, J. Carlos Pedro, M.L. de la Fuente, N.B.Carvalho, A. Mediavilla, A. Tazón, ”Resistive FET Mixer Conversion Loss and IMD Optimization by Selective Drain Bias”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, pp.2382-2392, vol.47, n° 12, Dezembro, 1999.

A

O Problema da Escolha de Fases num Sinal Multi-ton

A. Introdução

Num sinal multi-ton a correcta definição da diferença de fases entre tons é fundamental, devido ao facto da envolvente temporal do sinal estar estritamente dependente desse arranjo de fases. De acordo com esse arranjo, a envolvente temporal do sinal, pode ou não, atingir os pontos de distorção forte da não linearidade. Por esse motivo um estudo pormenorizado dos efeitos das fases no comportamento da envolvente temporal é importante. Para se realizar este estudo, nas figuras seguintes, são apresentados vários pares de imagens, para dois, três, cinco, dez e vinte tons de excitação, em que a fase relativa entre tons é aleatória ou nula.

B. Caso de 2 Tons.

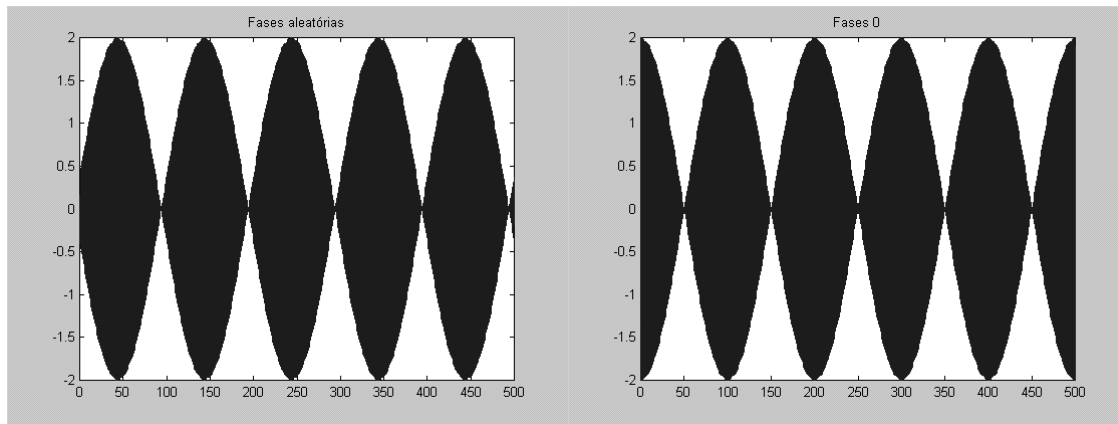


Fig. 1 Envelope de dois tons com fases nulas e aleatórias.

Como se pode observar pela Fig.1, a envolvente temporal, no caso de dois tons, é igual, seja a diferença de fases aleatória ou nula. Portanto pode-se concluir, que o arranjo de fases não é importante neste caso.

C. Caso de 3 Tons

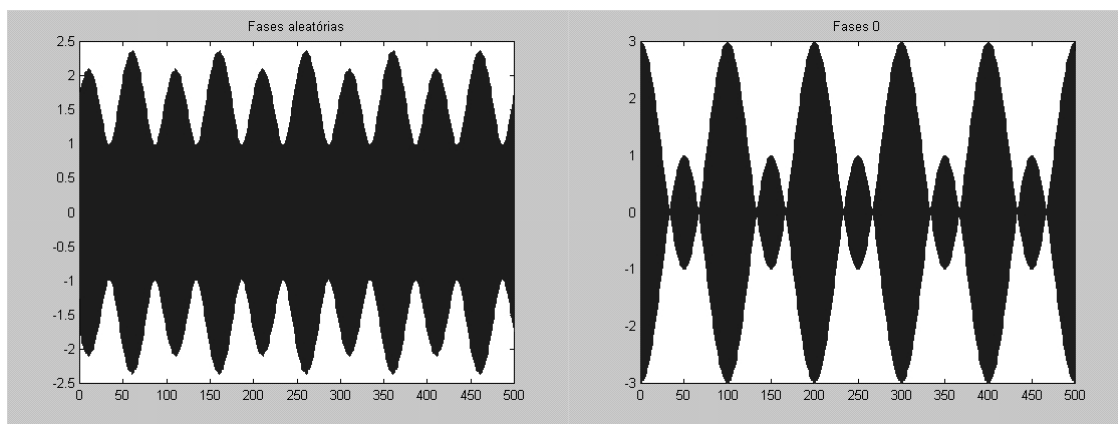


Fig. 2 - Caso de três tons com fases aleatórias e em fase.

Como se pode observar pela Fig.2, a envolvente altera-se significativamente, de acordo com o arranjo de fases, modificando inclusive o valor de pico, que num arranjo é 2.5V e no outro 3V. Se a não linearidade fosse excitada, com o sinal em que as fases são nulas,

sofreria de maior distorção do que na situação das fases aleatórias, pois o valor de pico da envolvente é maior.

D. Caso de 5 Tons

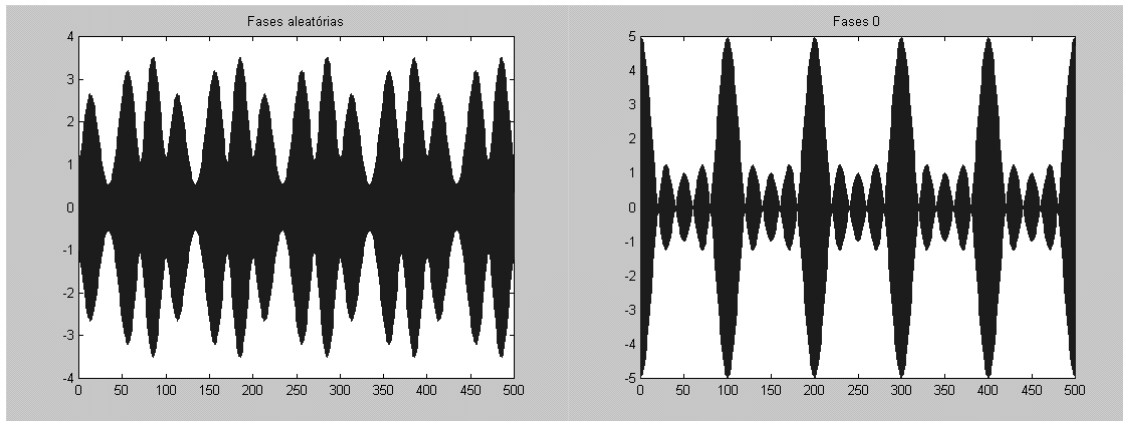


Fig. 3 - Caso de 5 tons.

Neste caso a diferença é mais visível, retendo-se as mesmas conclusões obtidas anteriormente.

E. Caso de 10 Tons

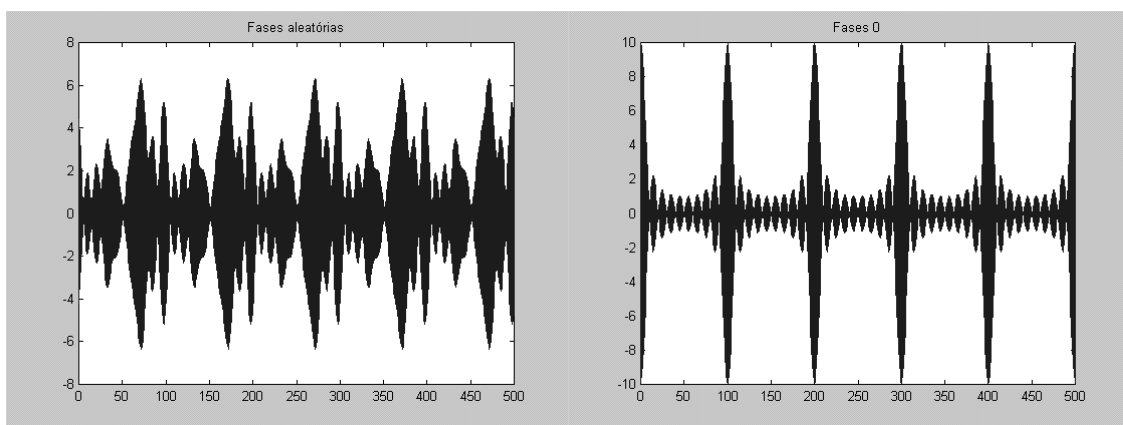


Fig. 4 - Caso de 10 tons.

De novo a diferença é significativa.

F. Caso de 20 Tons

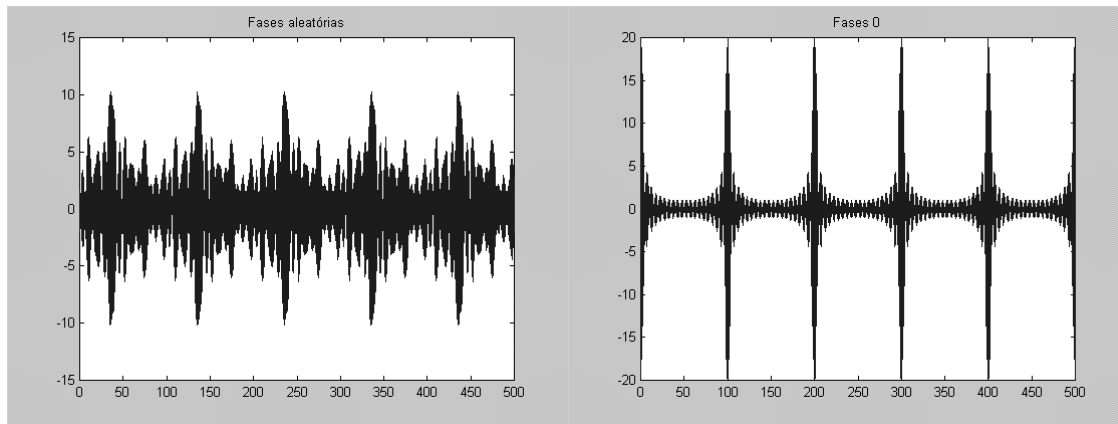


Fig. 5 - Caso de 20 tons.

Como se pode ver, Fig.5, a diferença entre o pico de ambas as curvas é muito significativa. Pode-se concluir, que no caso do dispositivo activo permitir uma excursão de sinal de 10V, se o arranjo de fases for aleatório, a distorção será bastante menor do que no caso das fases nulas.

G. Generalização Multi-tom

Por forma a generalizar estas observações, realiza-se uma análise estatística dos sinais multi-tom. Apresentam-se inicialmente alguns pressupostos teóricos de base a este estudo [1].

Se se considerar a função $y=a\cdot\sin(\theta)$, com θ uniformemente distribuído entre 0 e 2π , obtêm-se como função distribuição de probabilidade de θ :

$$F_{\theta}(y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{y}{a}\right) \quad (1)$$

com y o valor da amplitude num determinado ponto e a o seu valor máximo.

Desde que θ_1 e θ_2 sejam duas variáveis aleatórias independentes, neste caso dois tons sinusoidais com fases aleatórias independentes, a função densidade de probabilidade da soma destes dois sinais  :

$$f_y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\theta_1}(\alpha_1) f_{\theta_2}(\lambda - \alpha_1) d\alpha_1 = f_{\theta_1} * f_{\theta_2}; \quad (2)$$

A função densidade de probabilidade, pdf, de duas variáveis aleatórias independentes, é igual   convolução da função densidade de probabilidade de cada uma.

De modo a generalizar este conceito, considere-se o teorema do limite central que advoga :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} F_y(t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{\lambda^2}{2\sigma^2}} d\lambda \quad (3)$$

Esta expressão generaliza o conceito anterior a N variáveis aleatórias independentes, afirmando que a soma de N variáveis, X_i , com pdf's idênticas, $y = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum X_i$, pode ser aproximada por uma distribuição *Gaussiana*.

Utilizando agora esta expressão teórica, considere-se que se somam vários tons os quais apresentam fases estatisticamente independentes: $y = \sum_{i=1}^N \sin(\theta_i)$, calculou-se a função densidade de probabilidade de y utilizando a equação (2).

O resultado pode ser observado na Fig.6, para N=1,2,4,8 e 16 tons, a azul pode-se observar a função densidade de probabilidade real, (2), e a vermelho a função de distribuição *Gaussiana* obtida pela utilização do teorema do limite central, expressão (3).

Como se pode observar, pela Fig.6, o eixo dos xx representa a amplitude do sinal normalizada ao seu valor máximo de pico e o eixo dos yy o valor da densidade de probabilidade da soma das variáveis aleatórias independentes.

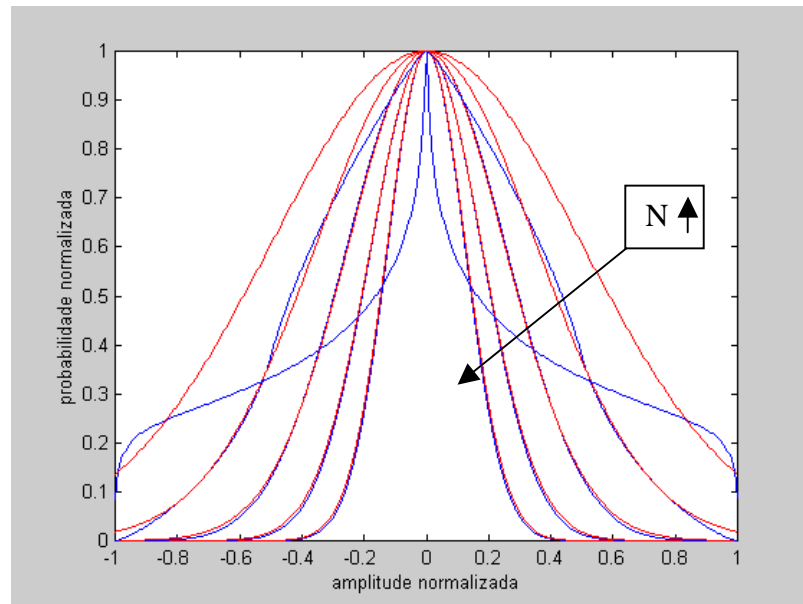


Fig. 6 - Função densidade de probabilidade da soma de várias variáveis aleatórias independentes.

As principais conclusões deste estudo podem-se resumir às seguintes:

- A média da soma de várias sinusóides estatisticamente independentes, sinal multi-ton, é constante e de valor nulo.
- O desvio padrão diminui com o aumento do número de tons, significando que a energia do sinal está mais concentrada junto ao seu valor médio. Este facto prova que a probabilidade de se obterem envolventes correspondentes a tons com fases nulas, reduz-se com o aumento do número de tons estatisticamente independentes.
- Pela comparação da função de pdf obtida por convoluções sucessivas ou pela *Gaussiana* correspondente, observa-se que para $n > 8$ tons a aproximação é bastante razoável.

H. Referências

- [1] Dwight F. Mix, *Random Signal Processing*, Prentice Hall International Editions, 1st Edition, Englewood Cliffs, 1995.